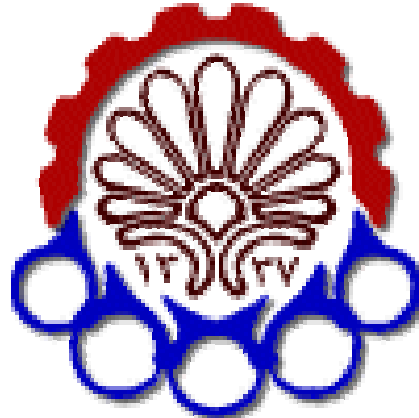


Application of Ellipsoid Approximations to Polyhedral Sets in Power System Optimization

Convex Optimization-course project

Abstract—The paper presents a computational method that approximates feasible sets specified by linear or convex inequalities. This numerically efficient approach to power system optimization is based on computational geometry of multidimensional ellipsoids and is potentially applicable to problems with high dimensions, as it builds on recent advances in convex optimization. In an important application, it provides ranges in which nodal (generator) injections can vary without violating operational constraints in security analysis. The model is applied to two important problems in deregulated power systems: optimal economic dispatch (OED) and calculation of locational marginal prices (LMPs) in a day-ahead power market. Optimization problem with convex (ellipsoid-based) constraints is solved by a linear matrix inequality (LMI)-based procedure. The method is verified on the benchmark example with 68 buses, 16 generators, and 86 lines.

**N. Moaddabi, 88123914
8/13/2010**



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

پروژه درس بهینه‌سازی محدب

عنوان پروژه:

کاربرد تقریب بیضوی برای مجموعه‌های چند سطحی در بهینه‌سازی
سیستم قدرت

استاد راهنما:

دکتر صمدی

ارائه دهنده:

نقی مودبی ۸۸۱۲۳۹۱۴

فهرست مطالب

۵.....	مقدمه (۱)
۶.....	صورت مسئله (۲)
۸.....	حل مسئله (۳)
۱۴.....	شبیه سازی و نتایج حاصله (۴)
۳۶.....	مراجع (۵)

فهرست شکلها

- شکل ۱-۴: شبکه ۶۸ باسه New-Englan/New-York ۱۴
- شکل ۲-۴: پنجره ورود اطلاعات جهت تصویر بیضی و چند وجهی مربوط به هر دو ژنراتور ۳۰
- شکل ۳-۴: تصویر محدود عملکرد دو ژنراتور نسبت به هم در دو حالت بیضی و چند وجهی (نتایج مقاله) ۳۱
- شکل ۴-۴: تصویر محدود عملکرد دو ژنراتور نسبت به هم در دو حالت بیضی و چند وجهی (نتایج شبیه سازی) ۳۲

تغییرات اخیر در اقتصاد و بازار سیستم قدرت و تغییر ساختار این سیستم در ایجاد بازار خرید و فروش انرژی الکتریکی منجر به ظهور پدیده‌ها و مدل‌های جدید در این حوزه شده است. این مدل‌ها اغلب به طوری که یک سری قیود فنی و عملکردی سیستم را برآورده سازند، در فرآیندهای بهینه‌سازی مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

یکی از مسائل مهم در سیستم تغییر ساختار یافته شبکه قدرت، یافتن میزان توان تولیدی توسط ژنراتورهای شبکه است. در این حالت مسئله به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که در کنار قیود فنی هزینه تولید مجموعه واحدها کمینه گردد. این موضوع در شبکه قدرت تحت عنوان پخش بار اقتصادی بهینه^۱ بیان می‌گردد. مسئله دیگر در این حوزه مربوط به پیدا کردن قیمت انرژی الکتریکی در باس‌های شبکه قدرت می‌باشد. این قیمت برای قیمت فروش و خرید انرژی در باس مربوطه مورد استفاده قرار گرفته و تحت عنوان قیمت مرزی محلی^۲ بررسی می‌گردد.

بسیاری از تحقیقات انجام شده در این حوزه به صورتی انجام شده‌اند که تنها به حل مسائل مذکور پرداخته و در مورد محدوده مجاز عملکرد ژنراتورها صحبتی نمی‌نمایند. این در حالی است که در این مقاله روش حل به گونه‌ای طراحی شده است که علاوه بر حل مسائل OED و LMP محدوده عملکرد مجاز ژنراتورها به ازای شرایط عملکردی متفاوت به دست خواهد آمد و در این سیر از پیشرفت‌های اخیر در حل مسائل محدب استفاده می‌گردد. مزیت دیگر این روش کاربردی بودن آن برای شبکه‌های بزرگ با تعداد قیود بالا است، جایی که اکثر تحقیقات انجام شده با مشکل و صرف هزینه زمانی بسیار همراه می‌باشد.

¹ Optimal Economic Dispatch (OED)

² Locational Marginal Price (LMP)

(۲) صورت مسئله

همانطور که در مقدمه مطرح گردید، در مسئله OED میزان توان تولیدی ژنراتورها به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که هزینه تولید کل واحدها کمینه گردد. به عبارت دیگر تابع هدف این مسئله بهینه سازی به صورت رابطه ۱-۲ می‌باشد.

$$\min_{P_G} \{c_G^T P_G\} \quad 1-2$$

که در رابطه فوق c بردار هزینه واحدهای تولیدی و P_G بردار نشان دهنده میزان تولید ژنراتورها می‌باشد. با فرض اینکه تعداد ژنراتورهای شبکه را با ngg نشان دهیم، بردارهای فوق دارای ابعاد $1 \times ngg$ خواهند بود. در حل مسئله فوق تعدادی قیود فنی وجود دارند که جواب این مسئله را تحت تأثیر قرار خواهند داد:

- محدوده مجاز توان ژنراتورها (رابطه ۲-۲)

$$S_G^{min} \leq P_G \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_G} \leq S_G^{max} \quad 2-2$$

که در آن S توان ظاهری، و P توان اکتیو و φ ضریب توان ژنراتورها می‌باشد.

- محدوده مجاز توان بارها (رابطه ۳-۲)

$$S_L^{min} \leq P_L \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_L} \leq S_L^{max} \quad 3-2$$

در صورتی که در روابط فوق به جای توان ظاهری از مقادیر حدی توان اکتیو واحدها استفاده گردد، رابطه‌های ۲-۲ و ۳-۲ به رابطه‌های ۴-۲ و ۵-۲ تبدیل می‌شوند

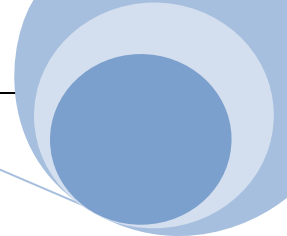
$$P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max} \quad 4-2$$

$$P_L^{min} \leq P_L \leq P_L^{max} \quad 5-2$$

$$P_G = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \vdots \\ P_{Gngg} \end{bmatrix}$$

$$P_L = \begin{bmatrix} P_{L1} \\ P_{L2} \\ \vdots \\ P_{Lnbus} \end{bmatrix}$$

که $nbus$ تعداد کل باس‌های شبکه خواهد بود.



- محدوده مجاز توان انتقالی خطوط (رابطه ۶-۲)

$$|PS_G P_G \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_G} - PS_L P_L \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_L}| \leq S_b^{max} \quad 6-2$$

در رابطه فوق S_b^{max} بردار مربوط به ماکزیمم توان مجاز عبوری از خطوط شبکه می باشد. اگر تعداد خطوط شبکه را با Nbr نشان دهیم، S_b^{max} یک بردار $1 \times Nbr$ خواهد بود. PS نیز ماتریس تبدیلی است که توان تولیدی در ژنراتور و توان مصرفی در بار را به توان عبوری از خطوط تبدیل می نماید. این مبحث در سیستم قدرت تحت عنوان فاکتور توزیع انتقال توان^۱ مورد بررسی قرار می گیرد. رابطه ۶-۲ را می توان به صورت ساده تری نیز در نظر گرفت. در صورتی که به جای ماتریس PS فوق از تبدیل دیگری تحت عنوان فاکتور توزیع تولید کلی^۲ استفاده نماییم، رابطه ۶-۲ را می توان به صورت رابطه ۷-۲ نوشت.

$$|D P_G| \leq P_b^{max} \quad 7-2$$

که در این رابط D ماتریسی با ابعاد $ngg \times Nbr$ است که توان تولیدی ژنراتورها را به توان عبوری از خطوط تبدیل می نماید. نحوه محاسبه این ماتریس در [۲] ارائه شده و با توجه به اینکه خارج از مقوله این گزارش می باشد، در اینجا مورد بررسی قرار نمی گیرد. بدین منظور برنامه ای تحت عنوان PTDF68BUS برای محاسبه ماتریس D و در نتیجه توان عبوری از خطوط نوشته شده است.

- توازن بین تولید، مصرف و تلفات (رابطه ۸-۲)

$$e^T P_G - e^T P_L = P_{Loss}(P_G) \quad 8-2$$

که در این رابطه e و e' بردار واحد به ابعاد $1 \times ngg$ و $1 \times nbus$ خواهد بود. $P_{Loss}(P_G)$ نیز تابعی از توان ژنراتورهای شبکه است که میزان تلفات موجود در شبکه را محاسبه می نماید. صورت کلی این تابع به فرم یک تابع quadratic در رابطه ۹-۲ نشان داده شده است [۱].

$$P_{Loss}(P_G) = P_G^T B^{(2)} P_G + B^{(1)} P_G + B^{(0)} \quad 9-2$$

¹ Power Transfer Distribution Factor (PTDF)

² Generalized Generation Distribution Factor (GGDF)

که در رابطه ۹-۲ $B^{(2)}$ ، $B^{(1)}$ و $B^{(0)}$ ماتریس ضرایب تلفات شبکه خواهند بود. اگر تعداد ژنراتورهای شبکه را با ngg نشان دهیم، ابعاد ماتریس ضرایب مذکور به ترتیب عبارتند از: $ngg \times ngg$ ، $ngg \times 1$ و 1×1 . نحوه محاسبه این ضرایب به طور کامل در مرجع [۱] ارائه شده است و در اینجا مورد بحث قرار نمی گیرد. برنامه‌ای تحت عنوان BLOSS در محیط Mfile نوشته شده است که ماتریس ضرایب فوق را محاسبه می نماید.

بدین ترتیب با بررسی روابط ۴-۲ تا ۹-۲ می توان دریافت که تعداد قیدهای فرایند بهینه‌سازی عبارت است از:

$$Ncon = 2Nbus + 2Nbus + 1 + 2Nbr$$

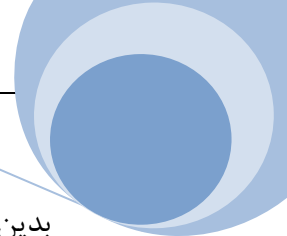
(۳) حل مسئله

حل مسئله بهینه‌سازی مذکور به دو صورت قابل انجام خواهد بود. روش اول که در تحقیقات قبلی مطرح شده و تنها در شبکه‌های با تعداد باس کم (تعداد قیود کمتر) عملی می باشد، حل مستقیم مسئله بهینه‌سازی مذکور با استفاده از روش Linear Programming است. در این حالت مجموعه فضایی که در آن تابع هدف می بایست مینیمم گردد به صورت یک نامعادله خطی $Ax \leq b$ تعیین می گردد که A ماتریسی به ابعاد $ngg \times Ncon$ و b برداری به صورت $1 \times Ncon$ خواهد بود. هر یک از قیدهای موجود در $Ax \leq b$ ارائه دهنده یک نیم صفحه^۱ بوده که تقاطع همه قیدها به ایجاد یک چند وجهی^۲ در فضا منجر می گردد.

روش پیشنهادی در این مقاله که از پیشرفت‌های اخیر در حل مسائل convex استفاده می نماید، بدین صورت است که چند وجهی مذکور به صورت ماکزیمم بیضی داخل چند وجهی تقریب زده می شود. بیان قیود مسئله به صورت بیضی به خاطر مشخصه محاسباتی و هندسی مناسب بیضی، باعث می گردد که مسئله بهینه‌سازی بسیار ساده تر و سریعتر از روش چند وجهی قابل حل باشد. به عنوان نمونه، پیدا کردن نقطه مینیمم محلی با استفاده از تقریب بیضی در زمان Polynomial time قابل دستیابی بوده در حالی که پیدا کردن این نقطه با استفاده از چند وجهی به یک مسئله NP-hard منجر خواهد شد.

¹ Halfspace

² Ploytope



بدین ترتیب در اولین اقدام می‌بایست قیود مسئله به صورت یک نامعادله خطی $Ax \leq b$ نوشته شود. با بررسی قیود مسئله واضح است که روابطه ۲-۴ تا ۲-۷ به راحتی قابلیت نمایش به صورت $Ax \leq b$ را دارند اما روابطه ۲-۸ می‌بایست با انجام تغییراتی به فرم $Ax \leq b$ تبدیل گردد. در روابطه ۳-۱ بسط یافته قید معادلی روابطه ۲-۸ ارائه شده است.

$$(P_{G1} - P_{L1}) + (P_{G2} - P_{L2}) + \dots + (P_{GNbus} - P_{LNbus}) = P_{Loss}(P_G) = P_G^T B^{(2)} P_G + B^{(1)} P_G + B^{(0)} \quad ۱-۳$$

در صورتی که باس شماره ۱ به عنوان باس اسلک در نظر گرفته شود:

$$(P_{G1} - P_{L1}) = P_{sl}$$

$$P_{L2} + P_{L3} + \dots + P_{LNbus} = P_{Ltot}$$

$$P_{sl} + (P_{G2} + P_{G3} + \dots + P_{Gngg}) - P_{Ltot} = P_G^T B^{(2)} P_G + B^{(2)} P_G + B^{(0)} \quad ۲-۳$$

به منظور تبدیل روابطه ۳-۲ به فرم خطی عبارت quadratic سمت راست معادله به صورت خطی حول نقطه کار تقریب زده می‌شود.

$$P_{Loss}(P_G) = P_{Loss}(P_{gg}) + \left. \frac{\partial P_{Loss}(P_G)}{\partial P_G} \right|_{P_G=P_{gg}} (P_G - P_{gg})$$

$$P_{Loss}(P_G) = P_{Loss}(P_{gg}) + \underbrace{(2P_{gg}^T B^{(2)} + B^{(2)T})}_{B_x} (P_G - P_{gg})$$

با جایگذاری روابطه فوق در روابطه ۳-۲ خواهیم داشت:

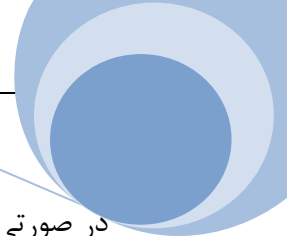
$$P_{sl} + (P_{G2} + P_{G3} + \dots + P_{Gngg}) - P_{Ltot} = P_{Loss}(P_{gg}) + B_x(P_G - P_{gg})$$

$$P_{sl} - \underbrace{P_{Loss}(P_{gg}) + B_x P_{gg} - P_{Ltot}}_{-P_{const}} = B_x P_G - (P_{G2} + P_{G3} + \dots + P_{Gngg})$$

$$P_{sl} - P_{const} = (B_x - e') P_G \quad ۳-۳$$

که در روابطه ۳-۳:

$$e' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$



در صورتی که بارهای شبکه ثابت فرض شوند، P_{const} ثابت خواهد بود. اگر مقادیر مینیمم و ماکزیمم توان تولیدی ژنراتور اسلک به صورت P_{sl}^{min} و P_{sl}^{max} در نظر گرفته شود، رابطه معادله ای ۳-۳ را می توان به صورت رابطه ۴-۳ و به فرم $Ax \leq b$ نوشت.

$$P_{sl}^{min} - P_{const} \leq (B_x - e')P_G \leq P_{sl}^{max} - P_{const} \quad 4-3$$

با این تبدیل می توان مجموعه فضای عملکردی ژنراتورها را می توان به صورت $Ax \leq b$ نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} +1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & +1 \end{bmatrix}_{ngg \times ngg} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \vdots \\ P_{Gngg} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_{G1}^{max} \\ P_{G2}^{max} \\ \vdots \\ P_{Gngg}^{max} \end{bmatrix} \quad 5-3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix}_{ngg \times ngg} \begin{bmatrix} P_{G1}^{min} \\ P_{G2}^{min} \\ \vdots \\ P_{Gngg}^{min} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & \cdots & D_{1ngg} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{Nbr} & \cdots & D_{Nbr ngg} \end{bmatrix}_{Nbr \times ngg} \begin{bmatrix} P_{b1}^{max} \\ P_{b2}^{max} \\ \vdots \\ P_{bNbr}^{max} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -D_{11} & \cdots & -D_{1ngg} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -D_{Nbr} & \cdots & -D_{Nbr ngg} \end{bmatrix}_{Nbr \times ngg} \begin{bmatrix} P_{b1}^{max} \\ P_{b2}^{max} \\ \vdots \\ P_{bNbr}^{max} \end{bmatrix}$$

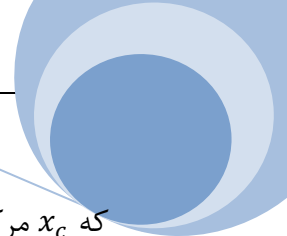
$$[B_x - e']^T_{1 \times ngg} \quad [P_{sl}^{max} - P_{const}]$$

$$[e' - B_x]^T_{1 \times ngg} \quad -[P_{sl}^{min} - P_{const}]$$

در مرحله بعد، چند وجهی حاصل از رابطه ۵-۳ می بایست با بزرگترین بیضی داخل چند وجهی تقریب زده شود. بدین منظور نیازمند یک فرآیند بهینه سازی خواهیم بود [۳]. در حالت کلی یک بیضی را می توان به صورت رابطه های ۶-۳ یا ۷-۳ نمایش داد.

$$\varepsilon(x_c, H) = \{x \in \mathcal{R}^n : (x - x_c)^T H^{-1} (x - x_c) \leq 1\} \quad 6-3$$

$$\varepsilon(x_c, E) = \{x \in \mathcal{R}^n : x = x_c + Eu, \|u\|_2 \leq 1\} \quad 7-3$$



که x_c مرکز بیضی و $H = EE^T$ ماتریس مربعی مثبت معین^۱ تحت عنوان ماتریس مشخصه^۲ بیضی به ابعاد تعداد متغیرهای مسئله می باشد. برای پیدا کردن بزرگترین بیضی داخل چند وجهی $Ax \leq b$ ، مسئله بهینه سازی ۸-۳ می بایست حل گردد [۳].

$$\text{Maximize } \ln \det E \quad \text{۸-۳}$$

$$\text{Subject to: } \|E a_i^T\|_2 + a_i x_c \leq b_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m$$

که در آن a_i سطرهای ماتریس A و m تعداد سطرهای این ماتریس می باشند. برای حل مسئله بهینه سازی فوق و در نتیجه پیدا کردن بیضی مورد نظر برنامه ای تحت عنوان MaxVe نوشته شده است که در ادامه ارائه شده است. لازم به ذکر است که برای حل این مسئله از Toolbox برنامه متلب تحت عنوان Yalmip و سالور Sedumi استفاده شده است.

```
function [xmve,H,B] = maxVe2(A,b)

[m,n] = size(A);
B = sdpvar(n);
d = sdpvar(n,1);
obj = -logdet(B);
con = set(B>0);
for ix = 1:m
con = con+set(norm(B*(A(ix,:))'),2)+A(ix,:)*d<b(ix));
end
opts = sdpsettings('verbose',0);
solvesdp(con,obj,opts);
B = 1*double(B);%B = n*double(B)
d = double(d);
H=B*B';
xmve = d;
```

در صورتی که علاوه بر شرایط نرمال شبکه، شرایط Contingency شبکه را هم در حل مسئله وارد نماییم، می بایست برای هر یک از حالت های Contingency عبارت $Ax \leq b$ را تشکیل داده و در نهایت بزرگترین بیضی داخل چند وجهی ای که از اشتراک همه چند وجهی ها به دست آمده است را پیدا نمود و مسئله را با آن حل کرد.

¹ Psitive Semi-definite Matrix

² Shape Matrix



یکی از اقدامات بسیار مهمی که در شبکه های بزرگ به علت تعدد قیدهای زیاد الزامی بوده و در حل سریعتر مسئله کمک بسزایی می نماید، کاهش و یا حذف قیدهای تکراری^۱ می باشد. از نظر ریاضی قید $A_k x < b_k$ یک قید تکراری در مجموعه قیدهای $Ax \leq b$ است اگر و تنها اگر عبارت ۹-۳ infeasible باشد.

$$A_i x \leq b_i \quad \forall i \neq k \quad 9-3$$

$$A_k x > b_k$$

به عبارت دیگر در صورتی که در مسئله بهینه سازی ۱۰-۳، $\max_x \{A_k x\} < b_k$ باشد، قید $A_k x < b_k$ یک قید تکراری خواهد بود و وجود و یا حذف آن در جواب مسئله تأثیر نخواهد داشت ولی حذف آن به حل سریعتر مسئله کمک می نماید. برنامه مربوط به حذف قیدهای تکراری نیز نوشته شده است. علاوه بر این برای حذف سریعتر قیدهای تکراری می توان از اشتراک قید مربوطه با کوچکترین بیضی پیرامون چند وجهی نیز استفاده نمود.

$$\text{Max}_x \{A_k x\} \quad 10-3$$

$$S.T: A_i x \leq b_i \quad \forall i \neq k$$

بدین ترتیب بعد از کاهش قیدهای تکراری و تبدیل چند وجهی حاصله به فضای بیضوی، به سراغ مسئله پخش بار بهینه اقتصادی (OED) مسئله ۱-۲ می رویم. این مسئله در رابطه ۱۱-۳ به فرم جدید بازنویسی شده است.

$$\min_{P_G} \{C_G^T P_G\} \quad 11-3$$

$$S.T: e^T P_G = P_{Ltot} + P_{Loss}(P_G) \quad , \quad (P_G - P_{G,center})^T \times H^{-1} \times (P_G - P_{G,center}) \leq 1$$

مسئله ۱۱-۳ دارای یک قید معادله ای و یک قید نامعادله ای می باشد. در صورتی که قید نامعادله ای را به فرم نامعادله ای ماتریسی^۲ (LMI) تبدیل نماییم، مسئله مذکور از نظر عددی به طور بسیار مناسب تر و راحت تر قابل حل خواهد بود [۳]. این قید نامعادله ای با استفاده از Schur Complement قابل تبدیل به LMI خواهد بود (رابطه ۱۲-۳).

¹ Redundant

² Linear Matrix Inequality (LMI)

$$\begin{bmatrix} 1 & (P_G - P_{G,center})^T \\ (P_G - P_{G,center}) & H_G \end{bmatrix} \succ 0 \quad ۱۲-۳$$

علاوه بر قید نامعادله‌ای، قید معادله‌ای مذکور را می‌توان به فرم LMI تبدیل نمود.

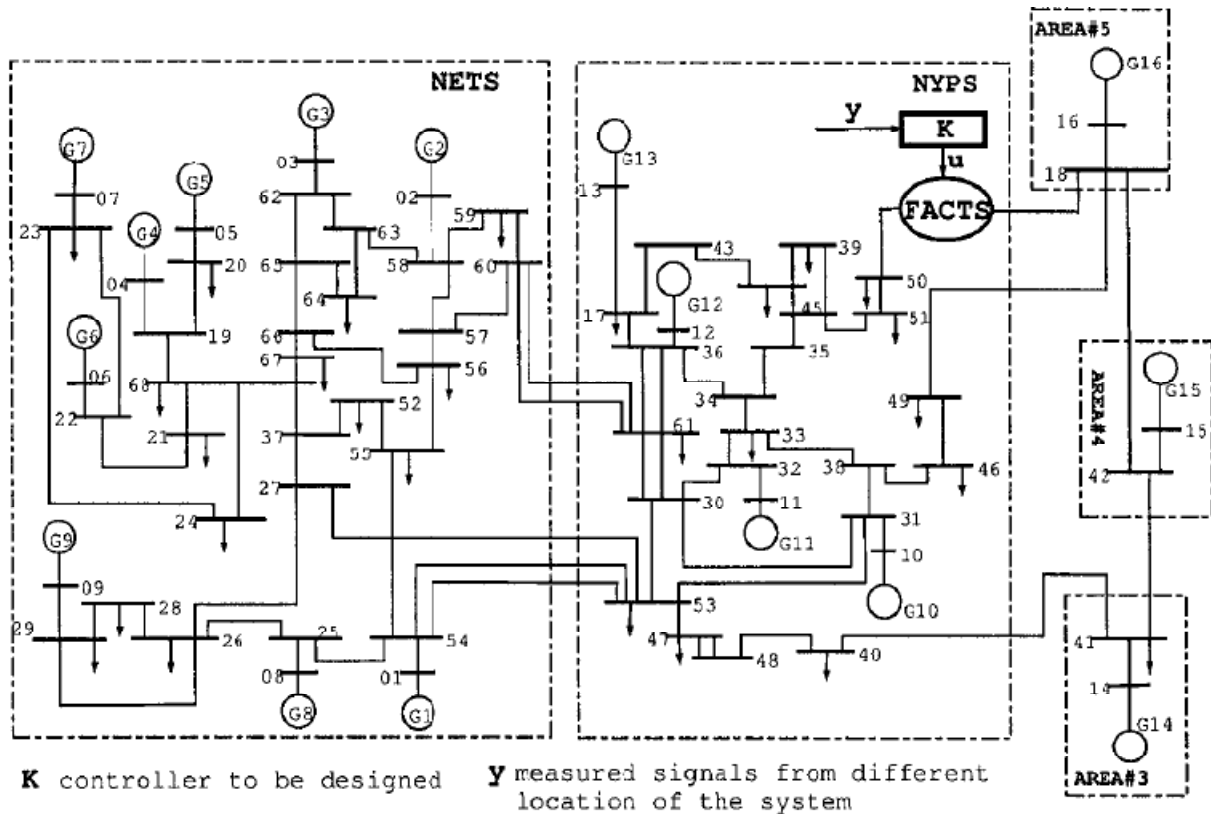
$$\begin{bmatrix} 1 & (P_G - x_Q)^T \\ (P_G - x_Q) & Q \end{bmatrix} \succ 0 \quad ۱۳-۳$$

$$Q = [1/4(B_G^{(1)} - 1)^T B_G^{(2)} (B_G^{(1)} - 1) - P_{Ltot} - B_G^{(0)}]^{-1/2} [B_G^{(2)}]^{1/2} \quad \text{که در آن:}$$

$$x_Q = -1/2 B_G^{(2)} (B_G^{(1)} - 1)$$

۴) شبیه سازی و نتایج حاصله

به منظور پیاده سازی روش مذکور از شبکه ۶۸ باسه New-Englan/New-York [۴] استفاده شده است. این شبکه در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.



شکل ۴-۱: شبکه ۶۸ باسه New-Englan/New-York

این شبکه دارای ۱۶ ژنراتور و ۸۶ خط می باشد. بدین ترتیب تعداد قیود مسئله بهینه سازی با فرض ثابت بودن بارهای شبکه عبارت است از:

$$N_{con} = 2n_{gg} + 1 + 2N_{br} = 2 * 16 + 1 + 2 * 86 = 205$$

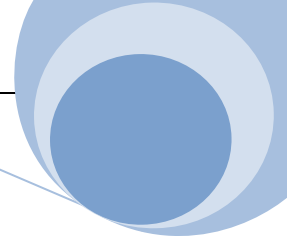
که حل آن با استفاده از روش مستقیم با زمان بسیار همراه بوده و گاهی غیر ممکن می باشد. در این قسمت مراحل شبیه سازی و نتایج حاصله مرحله به مرحله تشریح می گردد. ابتدا برنامه ای تحت عنوان OED که به منظور پخش بار اقتصادی نوشته شده است بررسی می گردد.

در ابتدا اطلاعات مورد نیاز جهت پخش بار شبکه ۶۸ باسه مذکور شامل اطلاعات ژنراتورها و خطوط به صورت دو ماتریس به نام های busdata و linedata ذخیره می گردد. نمونه ای از این اطلاعات در زیر ارائه شده است. اطلاعات مربوطه که از [۴] استخراج شده در قسمت ضمیمه موجود می باشد.

```
%      68-BUS TEST SYSTEM (New-England/New-York Electric Power)
%      Bus Bus  Voltage Angle  ---Load---  -----Generator-----  Mvar
%      No  code Mag.    Degree  MW      Mvar  MW  Mvar Qmin Qmax  +Qc/-Ql
busdata=[1  2   1.045   0.0    0.0    0.0   250  0.0   40   500    0
          2  2   0.980   0.0    0.0    0.0   545  0.0   40   500    0
          3  2   0.983   0.0    0.0    0.0   650  0.0   40   500    0
          4  2   0.997   0.0    0.0    0.0   632  0.0   40   500    0
          ...]

%
%      Bus bus  R      X      1/2 B  = 1 for lines
%      nl  nr  p.u.   p.u.   p.u.   > 1 or < 1 tr. tap at bus nl
linedata=[54  1  0.0    0.0181  0.00   1.025   700
          58  2  0.0    0.0250  0.00   1.07    700
          62  3  0.0    0.0200  0.00   1.07    700
          19  4  0.0007  0.0142  0.00   1.07    700
          ...]
```

برای انجام پخش بار نیاز به تشکیل ماتریس Ybus شبکه خواهیم داشت. بدین منظور برنامه ای تحت عنوان lfybus نوشته شده که با استفاده از اطلاعات خطوط (linedata) ماتریس Ybus شبکه محاسبه می نماید. بعد از محاسبه Ybus، برنامه ای برای انجام پخش بار بر روی شبکه نوشته شده که پخش بار را با استفاده از روش نیوتن-رافسون انجام می دهد. نتایج حاصل از پخش بار شبکه توسط دو برنامه busout و lineflow به صورت ادامه قابل نمایش خواهند بود.



Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
 Maximum Power Mismatch = 3.66395e-006
 No. of Iterations = 5

Bus No.	Voltage		-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
	Mag.	Degree	MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.045	23.996	0.000	0.000	250.000	321.558	0.000
2	0.980	29.601	0.000	0.000	545.000	259.490	0.000
3	0.983	31.801	0.000	0.000	650.000	283.841	0.000
4	0.997	32.070	0.000	0.000	632.000	189.383	0.000
5	1.011	30.532	0.000	0.000	505.000	200.420	0.000
6	1.050	35.146	0.000	0.000	700.000	332.976	0.000
7	1.063	37.396	0.000	0.000	560.000	163.877	0.000
8	1.030	29.787	0.000	0.000	540.000	141.051	0.000
9	1.025	34.916	0.000	0.000	800.000	203.872	0.000
10	1.010	23.937	0.000	0.000	500.000	287.484	0.000
11	1.000	24.650	0.000	0.000	1000.000	295.460	0.000
12	1.016	7.775	0.000	0.000	1350.000	705.606	0.000
13	1.011	0.000	0.000	0.000	3027.199	1404.859	0.000
14	1.000	56.862	0.000	0.000	1785.000	534.707	0.000
15	1.000	47.530	0.000	0.000	1000.000	334.859	0.000
16	1.000	50.438	0.000	0.000	4000.000	1058.296	0.000
17	1.009	-5.846	6000.000	300.000	0.000	0.000	0.000
18	0.976	43.373	2470.000	123.000	0.000	0.000	0.000
19	1.038	26.822	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.984	25.345	680.000	103.000	0.000	0.000	0.000
21	1.007	24.883	274.000	115.000	0.000	0.000	0.000
22	1.034	29.725	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
23	1.028	29.430	248.000	85.000	0.000	0.000	0.000
24	1.009	22.300	309.000	0.000	0.000	0.000	92.000
25	1.027	22.865	224.000	47.000	0.000	0.000	0.000
26	1.001	21.836	139.000	17.000	0.000	0.000	0.000
27	0.990	19.962	281.000	76.000	0.000	0.000	0.000
28	1.009	25.213	206.000	28.000	0.000	0.000	0.000
29	1.020	27.980	284.000	27.000	0.000	0.000	0.000
30	0.984	12.071	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
31	0.983	16.107	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
32	1.009	16.950	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
33	0.998	13.039	112.000	0.000	0.000	0.000	0.000
34	1.002	6.971	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
35	0.940	7.296	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
36	1.007	1.868	102.000	0.000	0.000	0.000	19.460
37	0.997	20.725	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
38	0.973	15.449	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

39	0.933	-6.092	267.000	12.600	0.000	0.000	0.000
40	0.879	25.228	65.630	23.530	0.000	0.000	0.000
41	0.992	55.316	1000.000	250.000	0.000	0.000	0.000
42	0.995	46.667	1150.000	250.000	0.000	0.000	0.000
43	0.961	-5.719	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
44	0.959	-5.706	267.550	4.840	0.000	0.000	0.000
45	0.918	8.219	208.000	21.000	0.000	0.000	0.000
46	0.939	15.757	150.700	28.500	0.000	0.000	0.000
47	0.916	15.847	203.120	32.590	0.000	0.000	0.000
48	0.897	17.882	241.200	2.200	0.000	0.000	0.000
49	0.918	18.761	164.000	29.000	0.000	0.000	0.000
50	0.936	31.758	100.000	0.000	0.000	0.000	147.000
51	0.915	14.166	337.000	0.000	0.000	0.000	122.000
52	0.995	19.791	158.000	30.000	0.000	0.000	0.000
53	0.955	15.684	252.700	118.560	0.000	0.000	0.000
54	1.015	21.490	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
55	0.998	19.472	322.000	2.000	0.000	0.000	0.000
56	0.986	19.998	200.000	73.600	0.000	0.000	0.000
57	0.986	20.289	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
58	0.989	20.950	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
59	0.977	18.343	234.000	84.000	0.000	0.000	0.000
60	0.975	17.654	208.800	70.800	0.000	0.000	0.000
61	0.983	8.071	104.000	125.000	0.000	0.000	0.000
62	1.000	23.666	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
63	0.995	22.747	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
64	1.034	22.808	9.000	88.000	0.000	0.000	0.000
65	0.995	23.017	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
66	0.990	21.509	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
67	0.986	20.770	320.000	153.000	0.000	0.000	0.000
68	1.002	22.119	329.000	32.000	0.000	0.000	0.000
Total			17620.700	2352.220	17844.199	6717.739	380.460

Line Flow and Losses

--Line-- Power at bus & line flow --Line loss-- Transformer
 from to MW Mvar MVA MW Mvar tap

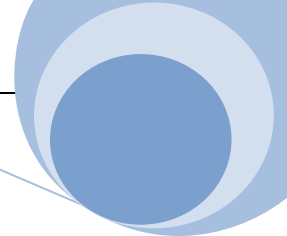
1	250.000	321.558	407.307			
54	250.000	321.558	407.308	-0.000	27.497	
2	545.000	259.490	603.622			
58	545.000	259.490	603.622	0.000	94.846	
3	650.000	283.841	709.271			
62	650.000	283.841	709.271	-0.000	104.123	
4	632.000	189.383	659.765			
19	632.000	189.383	659.765	3.065	62.184	
5	505.000	200.420	543.317			
20	505.000	200.420	543.317	2.599	51.985	
6	700.000	332.976	775.160			
22	700.000	332.976	775.160	0.000	77.936	
7	560.000	163.877	583.486			
23	560.000	163.877	583.486	1.506	81.953	
8	540.000	141.051	558.118			
25	540.000	141.051	558.118	1.762	68.119	
9	800.000	203.872	825.569			
29	800.000	203.872	825.569	5.190	101.201	
10	500.000	287.484	576.756			
31	500.000	287.484	576.756	-0.000	84.784	
11	1000.000	295.460	1042.735			
32	1000.000	295.460	1042.735	0.000	141.349	
12	1350.000	705.606	1523.279			
36	1350.000	705.606	1523.279	0.000	168.723	
13	3027.199	1404.859	3337.298			
17	3027.199	1404.859	3337.299	0.000	359.585	
14	1785.000	534.707	1863.367			



--Line--		Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
41	1785.000	534.707	1863.367	0.000	52.082		
15	1000.000	334.859	1054.576				
42	1000.000	334.859	1054.576	0.000	16.682		
16	4000.000	1058.296	4137.631				
18	4000.000	1058.297	4137.631	0.000	513.600		
17	-6000.000	-300.000	6007.495				
13-3027.199-1045.274	3202.582	0.000	359.585	1.040			
36-2968.239	570.375	3022.544	44.868	403.811			
43	-4.562	174.899	174.958	0.150	8.298		
18	-2470.000	-123.000	2473.061				
16-4000.000	-544.697	4036.917	0.000	513.600			
49	333.458	98.465	347.691	9.652	144.903		
42	-94.470	-22.627	97.142	0.397	5.948		
50	1291.013	345.859	1336.537	11.259	270.227		
19	0.000	0.000	0.000				
4	-628.935	-127.200	641.668	3.065	62.184	1.070	
68	451.092	167.841	481.305	3.443	41.964		
20	177.842	-40.642	182.427	0.243	4.794	1.060	
20	-680.000	-103.000	687.756				
5	-502.401	-148.435	523.870	2.599	51.985	1.009	
19	-177.599	45.435	183.319	0.243	4.794		
21	-274.000	-115.000	297.155				
68	361.699	20.317	362.269	1.036	17.478		
22	-635.699	-135.317	649.942	3.334	58.339		
22	0.000	0.000	0.000				
6	-700.000	-255.040	745.014	0.000	77.936	1.025	
21	639.033	193.656	667.732	3.334	58.339		
23	60.967	61.383	86.515	0.042	0.672		
23	-248.000	-85.000	262.162				
7	-558.494	-81.925	564.470	1.506	81.953		
22	-60.925	-60.712	86.011	0.042	0.672		
24	371.419	57.636	375.864	2.939	46.756		



--Line-- Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer		
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
24		-309.000	92.000	322.405			
23	368.480	-10.880	368.640	2.939	46.756		
68	59.480	102.880	118.837	0.042	0.819		
25		-224.000	-47.000	228.878			
8	538.238	-72.932	543.157	1.762	68.119	1.025	
54	249.437	-50.892	254.576	4.297	5.280		
26	64.801	76.825	100.505	0.306	3.091		
26		-139.000	-17.000	140.036			
25	64.495	-73.734	97.961	0.306	3.091		
27	226.346	61.224	234.480	0.768	8.059		
28	125.565	-0.311	125.565	0.676	7.452		
29	175.286	-4.180	175.336	1.747	19.159		
27		-281.000	-76.000	291.096			
37	78.387	-32.185	84.737	0.095	1.268		
26	225.578	-53.165	231.759	0.768	8.059		
53	22.965	9.350	24.796	0.201	2.008		
28		-206.000	-28.000	207.894			
26	126.241	7.763	126.479	0.676	7.452		
29	332.241	-35.763	334.160	1.536	16.570		
29		-284.000	-27.000	285.281			
9	794.810	-102.672	801.414	5.190	101.201	1.025	
26	177.033	23.339	178.565	1.747	19.159		
28	333.777	52.333	337.855	1.536	16.570		
30		0.000	0.000	0.000			
53	74.690	48.967	89.311	0.659	6.100		
61	732.754	-42.936	734.010	5.289	50.946		
31	360.760	43.666	363.393	1.774	25.520		
32	297.303	-49.697	301.428	2.254	27.042		
31		0.000	0.000	0.000			
10	500.000	-202.700	539.525	-0.000	84.784	1.040	
30	362.534	-18.146	362.988	1.774	25.520		
53	58.380	161.817	172.026	0.490	4.996		
38	79.086	59.030	98.687	0.111	1.483		
32		0.000	0.000	0.000			



--Line-- Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer		
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
11	1000.000	-154.111	1011.805	0.000	141.349	1.040	
30	299.557	76.739	309.230	2.254	27.042		
33	700.443	77.372	704.703	3.901	48.276		
33	-112.000	0.000	112.000				
32	-696.542	-29.095	697.149	3.901	48.276		
34	671.200	-36.960	672.217	4.987	71.181		
38	-86.658	66.055	108.963	0.429	5.289		
34	0.000	0.000	0.000				
33	-666.213	108.141	674.932	4.987	71.181		
35	-74.686	121.356	142.497	0.020	1.496		
36	740.899	-229.497	775.629	19.759	66.463		
35	0.000	0.000	0.000				
34	74.707	-119.861	141.236	0.020	1.496	0.946	
45	-74.707	119.861	141.236	0.158	3.952		
36	-102.000	19.460	103.840				
12	-1350.000	-536.883	1452.840	0.000	168.723	1.040	
17	3013.107	-166.564	3017.707	44.868	403.811		
34	-721.140	295.960	779.510	19.759	66.463		
61	-1043.967	426.947	1127.897	13.789	122.850		
37	0.000	0.000	0.000				
27	78.482	33.453	85.315	0.095	1.268		
68	-276.180	-40.348	279.112	0.549	6.981		
52	197.697	6.896	197.818	0.276	3.231		
38	0.000	0.000	0.000				
31	-78.975	-57.547	97.717	0.111	1.483		
33	87.087	-60.766	106.191	0.429	5.289		
46	-8.112	118.313	118.591	0.327	4.219		
39	-267.000	-12.600	267.297				
44	-14.683	-60.347	62.108	0.000	1.823		
45	-252.317	47.747	256.795	0.000	63.604		
40	-65.630	-23.530	69.721				
41	-516.672	58.718	519.997	20.976	293.663		
48	451.042	-82.248	458.479	5.435	59.790		

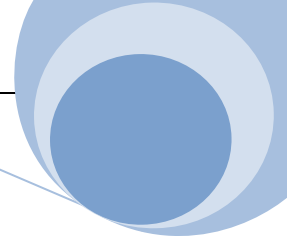


	--Line-- Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
	from	to	MW	Mvar	MVA	tap
41			-1000.000	-250.000	1030.776	
	14	1785.000	-482.625	1849.095	0.000	52.082
	40	537.648	234.945	586.740	20.976	293.663
	42	247.352	-2.320	247.363	2.485	37.282
42			-1150.000	-250.000	1176.860	
	15	1000.000	-318.177	1049.398	0.000	16.682
	41	244.867	39.602	248.049	2.485	37.282
	18	94.867	28.575	99.077	0.397	5.948
43			0.000	0.000	0.000	
	17	4.712	-166.600	166.667	0.150	8.298
	44	-4.712	166.600	166.667	0.030	0.331
44			-267.550	-4.840	267.594	
	39	14.683	62.170	63.880	0.000	1.823
	43	4.742	-166.269	166.337	0.030	0.331
	45	-286.975	99.260	303.656	2.505	73.147
45			-208.000	-21.000	209.057	
	35	74.865	-115.909	137.984	0.158	3.952
	39	252.317	15.857	252.815	0.000	63.604
	44	289.480	-26.112	290.656	2.505	73.147
	51	-824.662	105.164	831.340	3.279	86.073
46			-150.700	-28.500	153.371	
	38	8.439	-114.093	114.405	0.327	4.219
	49	-159.139	85.593	180.697	0.667	10.155
47			-203.120	-32.590	205.718	
	53	0.314	-187.248	187.248	0.543	7.849
	48	-203.434	154.658	255.548	0.972	10.420
48			-241.200	-2.200	241.210	
	40	-445.606	142.038	467.696	5.435	59.790
	47	204.406	-144.238	250.173	0.972	10.420
49			-164.000	-29.000	166.544	
	18	-323.806	46.438	327.119	9.652	144.903
	46	159.806	-75.438	176.717	0.667	10.155
50			-100.000	147.000	177.789	
	51	1179.753	222.632	1200.576	14.812	363.723

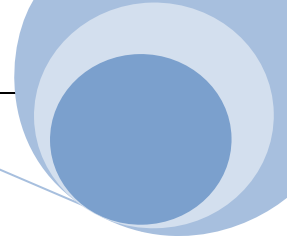


--Line-- Power at bus & line flow --Line loss-- Transformer
 from to MW Mvar MVA MW Mvar tap

18-1279.753	-75.632	1281.986	11.259	270.227		
51	-337.000	122.000	358.403			
45	827.941	-19.091	828.161	3.279	86.073	
50-1164.941	141.091	1173.454	14.812	363.723		
52	-158.000	-30.000	160.823			
37	-197.421	-3.665	197.456	0.276	3.231	
55	39.421	-26.335	47.409	0.025	0.302	
53	-252.700	-118.560	279.130			
30	75.350	-42.867	86.690	0.659	6.100	
31	-57.890	-156.821	167.164	0.490	4.996	
47	0.229	195.097	195.097	0.543	7.849	
54	-247.624	-106.627	269.605	2.790	32.768	
27	-22.765	-7.342	23.919	0.201	2.008	
54	0.000	0.000	0.000			
1	-250.000	-294.060	385.968	-0.000	27.497	1.025
25	-245.139	56.172	251.493	4.297	5.280	
53	250.414	139.395	286.598	2.790	32.768	
55	244.725	98.493	263.802	0.878	10.200	
55	-322.000	-2.000	322.006			
52	-39.397	26.638	47.557	0.025	0.302	
54	-243.847	-88.293	259.340	0.878	10.200	
56	-38.756	59.656	71.140	0.066	1.083	
56	-200.000	-73.600	213.113			
55	38.823	-58.573	70.271	0.066	1.083	
57	-38.566	-0.644	38.572	0.012	0.196	
66	-200.256	-14.382	200.772	0.332	5.352	
57	0.000	0.000	0.000			
56	38.579	0.840	38.588	0.012	0.196	
58	-438.609	-76.027	445.149	0.408	5.299	
60	400.030	75.187	407.035	1.363	19.084	
58	0.000	0.000	0.000			
2	-545.000	-164.644	569.327	0.000	94.846	1.070
57	439.016	81.326	446.485	0.408	5.299	



--Line--		Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
59	484.869	113.386	497.951	1.521	23.321		
63	-378.886	-30.067	380.077	1.034	12.110		
59	-234.000	-84.000	248.620				
58	-483.349	-90.065	491.668	1.521	23.321		
60	249.349	6.065	249.422	0.261	3.001		
60	-208.800	-70.800	220.477				
57	-398.667	-56.103	402.595	1.363	19.084		
59	-249.088	-3.064	249.106	0.261	3.001		
61	438.955	-11.634	439.109	4.662	73.581		
61	-104.000	-125.000	162.607				
30	-727.464	93.882	733.497	5.289	50.946		
36	1057.757	-304.097	1100.602	13.789	122.850		
60	-434.292	85.215	442.574	4.662	73.581		
62	0.000	0.000	0.000				
3	-650.000	-179.718	674.388	-0.000	104.123	1.070	
63	379.780	93.086	391.022	0.611	6.574		
65	270.220	86.632	283.767	0.322	3.462		
63	0.000	0.000	0.000				
58	379.920	42.178	382.254	1.034	12.110		
62	-379.168	-86.513	388.913	0.611	6.574		
64	-0.751	44.335	44.342	0.032	0.864		
64	-9.000	-88.000	88.459				
63	0.783	-43.471	43.478	0.032	0.864	1.060	
65	-9.783	-44.529	45.591	0.035	0.951	1.060	
65	0.000	0.000	0.000				
62	-269.898	-83.170	282.422	0.322	3.462		
64	9.818	45.480	46.527	0.035	0.951		
66	260.080	37.690	262.797	0.627	7.041		
66	0.000	0.000	0.000				
56	200.588	19.735	201.557	0.332	5.352		
65	-259.453	-30.649	261.257	0.627	7.041		
67	58.865	10.915	59.868	0.066	0.794		



	--Line-- Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer		
	from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
67			-320.000	-153.000	354.696			
	66		-58.799	-10.120	59.663	0.066	0.794	
	68		-261.201	-142.880	297.726	0.820	8.568	
68			-329.000	-32.000	330.553			
	19		-447.649	-125.877	465.010	3.443	41.964	
	21		-360.663	-2.840	360.675	1.036	17.478	
	24		-59.438	-102.061	118.107	0.042	0.819	
	37		276.729	47.330	280.747	0.549	6.981	
	67		262.022	151.448	302.642	0.820	8.568	
Total loss					223.499	4745.981		

بعد از انجام پخش بار برنامه‌ای تحت عنوان blossom برای به دست آوردن ماتریس ضرایب تلفات شبکه اجرا می‌گردد. این ماتریس ضرایب، که به نتایج پخش بار شبکه بستگی دارد، برای پخش بار فوق در زیر ارائه شده است.

$B^{(2)}=$

Columns 1 through 15

0.0053	0.0014	0.0014	0.0012	0.0013	0.0014	0.0011	0.0014	0.0011	0.0006	0.0000	-0.0003	-0.0006	-0.0008	-0.0010
0.0014	0.0021	0.0019	0.0011	0.0011	0.0012	0.0011	0.0009	0.0009	0.0002	0.0000	-0.0001	-0.0003	-0.0008	-0.0009
0.0014	0.0019	0.0026	0.0013	0.0013	0.0014	0.0013	0.0011	0.0010	0.0002	-0.0000	-0.0002	-0.0004	-0.0008	-0.0009
0.0012	0.0011	0.0013	0.0046	0.0038	0.0024	0.0023	0.0016	0.0017	-0.0001	-0.0003	-0.0005	-0.0006	-0.0009	-0.0011
0.0013	0.0011	0.0013	0.0038	0.0057	0.0025	0.0023	0.0016	0.0016	-0.0001	-0.0004	-0.0006	-0.0007	-0.0010	-0.0011
0.0014	0.0012	0.0014	0.0024	0.0025	0.0037	0.0033	0.0017	0.0018	-0.0000	-0.0003	-0.0005	-0.0007	-0.0010	-0.0011
0.0011	0.0011	0.0013	0.0023	0.0023	0.0033	0.0040	0.0017	0.0017	-0.0000	-0.0003	-0.0004	-0.0006	-0.0009	-0.0010
0.0014	0.0009	0.0011	0.0016	0.0016	0.0017	0.0017	0.0065	0.0036	-0.0000	-0.0003	-0.0005	-0.0007	-0.0009	-0.0010
0.0011	0.0009	0.0010	0.0017	0.0016	0.0018	0.0017	0.0036	0.0076	-0.0001	-0.0004	-0.0006	-0.0007	-0.0010	-0.0011
0.0006	0.0002	0.0002	-0.0001	-0.0001	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0001	0.0017	0.0007	0.0001	-0.0001	-0.0003	-0.0004
0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0003	-0.0004	-0.0003	-0.0003	-0.0003	-0.0004	0.0007	0.0018	0.0002	0.0000	-0.0003	-0.0002
-0.0003	-0.0001	-0.0002	-0.0005	-0.0006	-0.0005	-0.0004	-0.0005	-0.0006	0.0001	0.0002	0.0011	0.0008	-0.0008	-0.0008
-0.0006	-0.0003	-0.0004	-0.0006	-0.0007	-0.0007	-0.0006	-0.0007	-0.0007	-0.0001	0.0000	0.0008	0.0010	-0.0008	-0.0008
-0.0008	-0.0008	-0.0008	-0.0009	-0.0010	-0.0010	-0.0009	-0.0009	-0.0010	-0.0003	-0.0003	-0.0008	-0.0008	0.0049	0.0026
-0.0010	-0.0009	-0.0009	-0.0011	-0.0011	-0.0011	-0.0010	-0.0010	-0.0011	-0.0004	-0.0002	-0.0008	-0.0008	0.0026	0.0040
-0.0007	-0.0007	-0.0007	-0.0009	-0.0010	-0.0009	-0.0009	-0.0009	-0.0010	-0.0002	0.0001	-0.0004	-0.0005	0.0006	0.0011

Column 16

-0.0007

-0.0007
 -0.0007
 -0.0009
 -0.0010
 -0.0009
 -0.0009
 -0.0009
 -0.0010
 -0.0002
 0.0001
 -0.0004
 -0.0005
 0.0006
 0.0011
 0.0018

$$B^{(1)} =$$

1.0e-003 *

Columns 1 through 15

0.3313 0.1241 0.1101 0.0693 0.0967 0.0963 0.0463 0.0556 0.0340 0.1854 -0.0124 -0.0296 -0.1970 -0.0734 -0.0509

Column 16

-0.1470

$$B^{(0)} = 0.0021$$

بعد از محاسبه ماتریس ضرایب تلفات و میزان تلفات برنامه‌ای تحت عنوان PTDF68BUS برای محاسبه ماتریس فاکتور توزیع تولید کلی (GGDF) اجرا می‌گردد. همانگونه که توضیح داده شد، این ماتریس تبدیل به منظور محاسبه توان خطوط از روی توان تولیدی ژنراتورها مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماتریس حاصله یک ماتریسی با ابعاد $Nbr \times n_{gg}$ به نام D می‌باشد.

بدین ترتیب بعد از انجام پخش بار و اقدامات اولیه می‌توان حل مسئله OED را آغاز نمود. بدین منظور، ابتدا ماتریس خطی $Ax \leq b$ مطابق آنچه که در بخش ۳ مطرح گردید، تشکیل می‌گردد. بعد از آن قیدهای تکراری مسئله حذف گردیده و در ادامه بزرگترین بیضی داخل این چند وجهی با دستور $\max VE(A,b)$ محاسبه می‌گردد. خروجی این تابع ماتریس مشخصه H و مرکز بیضی x_C می‌باشد.



$[P_{center}, H] = \max_{V \in \mathcal{V}_2(A, b)}$

در صورتی که از toolbox برنامه متلب تحت عنوان MPT¹ استفاده شود با دستورات زیر می توان بیضی

مذکور را محاسبه نمود. از مقایسه بیضی های حاصله می توان فهمید که هر دو روش به نتایج دقیقاً یکسان

منجر خواهد شد.

```
poly=polytope(A,b,1);
[invH,xc]=mpt_getInnerEllipsoid(poly);
H=inv(invH);
Pcenter=xc;
```

بعد از محاسبه بیضی مذکور، حل مسئله بهینه سازی ۱۱-۳ توسط دستورات زیر انجام می گردد.

%%%

% solving Economic Dispatch

% generators marginal cost (\$/pu)

C=[60 68 46 52 55 49 50 60 62 65 57 55 35 48 48 41]/basemva;

```
P=sdpvar(ngg,1);
obj=C*P;
F1=[1 (P-Pcenter)'; (P-Pcenter) H];
F=set(F1>0);
PLtot=sum(Pd);
F=F+set(ones(1,ngg)*P==Loss+Bx*(P-Pgg')+PLtot);
solvesdp(F,obj);
Pnew=double(P);
cost=C*Pnew;
```

با هر بار اجرای این برنامه مقدار جدیدی برای توان تولیدی ژنراتورها حاصل می گردد. این مقدار توان جدید

مجدداً در برنامه پخش بار وارد شده و دوباره مسئله OED حل می گردد. این کار تا آنجایی تکرار می گردد که

مسئله همگرا گردیده و توان تولیدی جدید با قبلی برابر باشد. برنامه زیر کد مربوط به تزریق توان جدید در

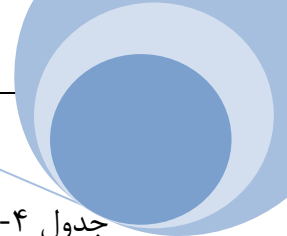
برنامه پخش بار می باشد.

```
for n=1:ngg
    if kb(n)==2
        busdata(n,7)=Pnew(n);
    end
end
```

به منظور سنجش همگرایی از اندازه نرم بی نهایت بین توان تولیدی جدید و قدیم استفاده می گردد.

```
discount=norm(Pnew-Pgg',inf);
```

¹ Multi-Parametrix Toolbox



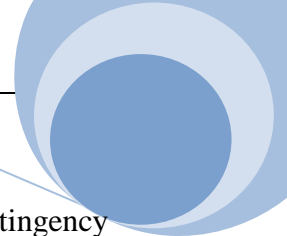
جدول ۱-۴ داده‌های مورد نیاز جهت حل مسئله OED را ارائه می‌نماید. این اطلاعات شامل قیمت پیشنهادی هر ژنراتور و میزان مینیمم و ماکزیمم تولید این واحدها می‌باشد.

جدول ۱-۴: داده‌های مربوط به واحدهای تولیدی، قیمت پیشنهادی و حدود تولیدی

Gen No.	Gen Node	C_{Gi} [\$/p.u.]	Pmin [p.u.]	Pmax [p.u.]	Gen No.	Gen Node	C_{Gi} [\$/p.u.]	Pmin [p.u.]	Pmax [p.u.]
1	53	60	0	3.0	9	61	62	0	8.5
2	54	68	0	8.0	10	62	65	0	6.0
3	55	46	0	7.7	11	63	57	0	12.0
4	56	52	0	8.7	12	64	55	0	15.0
5	57	55	0	6.5	13	65 (slack)	35	0	70.0
6	58	55	0	8.0	14	66	48	0	19.0
7	59	49	0	6.0	15	67	48	0	12.0
8	60	60	0	6.0	16	68	41	0	45.0

توجه: دیگر اطلاعات مورد نیاز، میزان ماکزیمم توان مجاز عبوری از خطوط می‌باشد که متأسفانه نه در مقاله حاضر و نه در مرجع اصلی که اطلاعات شبکه از آن استخراج شده است [۴]، وجود ندارد. به همین خاطر مقادیر مذکور به صورت اعداد منطقی لحاظ شده است. اختلاف جزئی بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج ارائه شده در مقاله به همین خاطر می‌باشد. اختلاف دیگری که بین داده‌های موجود در مقاله و مرجع [۴] این است که میزان کل با در مقاله ۱۸۲/۳۴ p.u. عنوان شده در حالی که این مقدار در مرجع [۴] ۱۷۶/۲۰ p.u. می‌باشد که این موضوع سبب می‌شود که میزان توان تولیدی و در نتیجه هزینه تولید انرژی در مقاله بیشتر از نتایج شبیه‌سازی که از داده‌های مرجع مذکور استفاده می‌کند، شود. تاکید می‌گردد که داده‌های مربوط به شبکه در مقاله ارائه نشده است و با وجود جستجوی بسیار در internet هم به دست نیامده است.

حال جهت مقایسه و اطمینان از صحت شبیه‌سازی، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج موجود در مقاله ارائه و مقایسه می‌گردد. در اینجا تنها نتایج حالت نرمال مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همانگونه که قبلاً توضیح داده شده، نتایج حالت contingency با اشتراک گیری از همه‌ی چند وجهی‌های حالت نرمال و حالت



contingency به دست می آید. جدول ۴-۲ محدوده عملکردی ژنراتورها در مقاله نشان می دهد. این محدوده با استفاده از تصویر^۱ بزرگترین بیضی داخل چند وجهی روی محورها به دست آمده است.

جدول ۴-۲: محدوده عملکردی ژنراتورها با استفاده از تصویر (projection) بیضی حاصله روی محورها (مقاله)

Gen Number	Gen node	Pcenter (ellipsoid) [p.u.]	Pmin (ellipsoid) [p.u.]	Pmax (ellipsoid) [p.u.]
1	53	2.310	1.639	2.981
2	54	5.742	4.995	6.488
3	55	6.203	5.455	6.952
4	56	5.672	5.008	6.335
5	57	5.606	5.033	6.179
6	58	7.055	6.364	7.746
7	59	5.252	4.521	5.983
8	60	4.982	4.253	5.712
9	61	7.853	7.571	8.136
10	62	4.970	4.491	5.450
11	63	9.272	8.644	9.899
12	64	13.651	12.519	14.782
13	65 (slack)	36.403	33.537	39.269
14	66	17.529	17.492	17.566
15	67	10.017	9.972	10.061
16	68	39.823	39.765	39.882

به منظور تصویر بیضی حاصله از مراحل قبل، روی محورهای موجود و در نتیجه تعیین محدوده کاری ژنراتورها برنامه ای تحت عنوان PROJECTION و با استفاده از toolbox متلب تحت عنوان MPT نوشته شده است. این برنامه ابتدا با تصویر بیضی حاصله روی تمام محورها محدوده کاری ژنراتورها را ارائه می نماید. بدین منظور ابتدا با استفاده از تبدیل $\hat{x} = Cx$ که $C=[0 \dots 0 \ 1 \ 0 \ \dots 0]$ (۱ در محل نام قرار دارد) تصویر بیضی روی محور نام به دست می آید. بعد با انجام دو مسئله بهینه سازی (maximization و minimization) مقدار مینیمم و ماکزیمم تصویر روی محور نام که معادل محدوده مینیمم و ماکزیمم عملکرد ژنراتور نام است، به دست می آیند. نتایج حاصله از این برنامه در ادامه ارائه شده است.

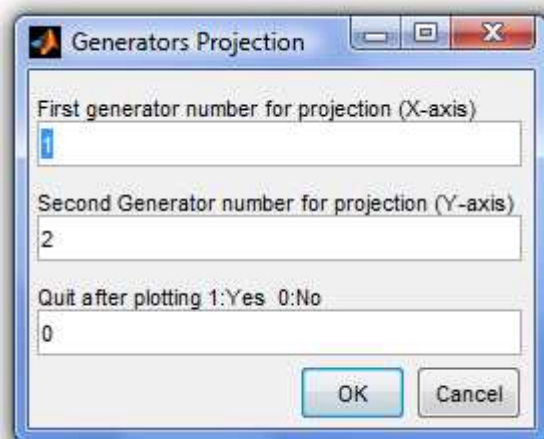
¹ Projection



Generators feasibility rang

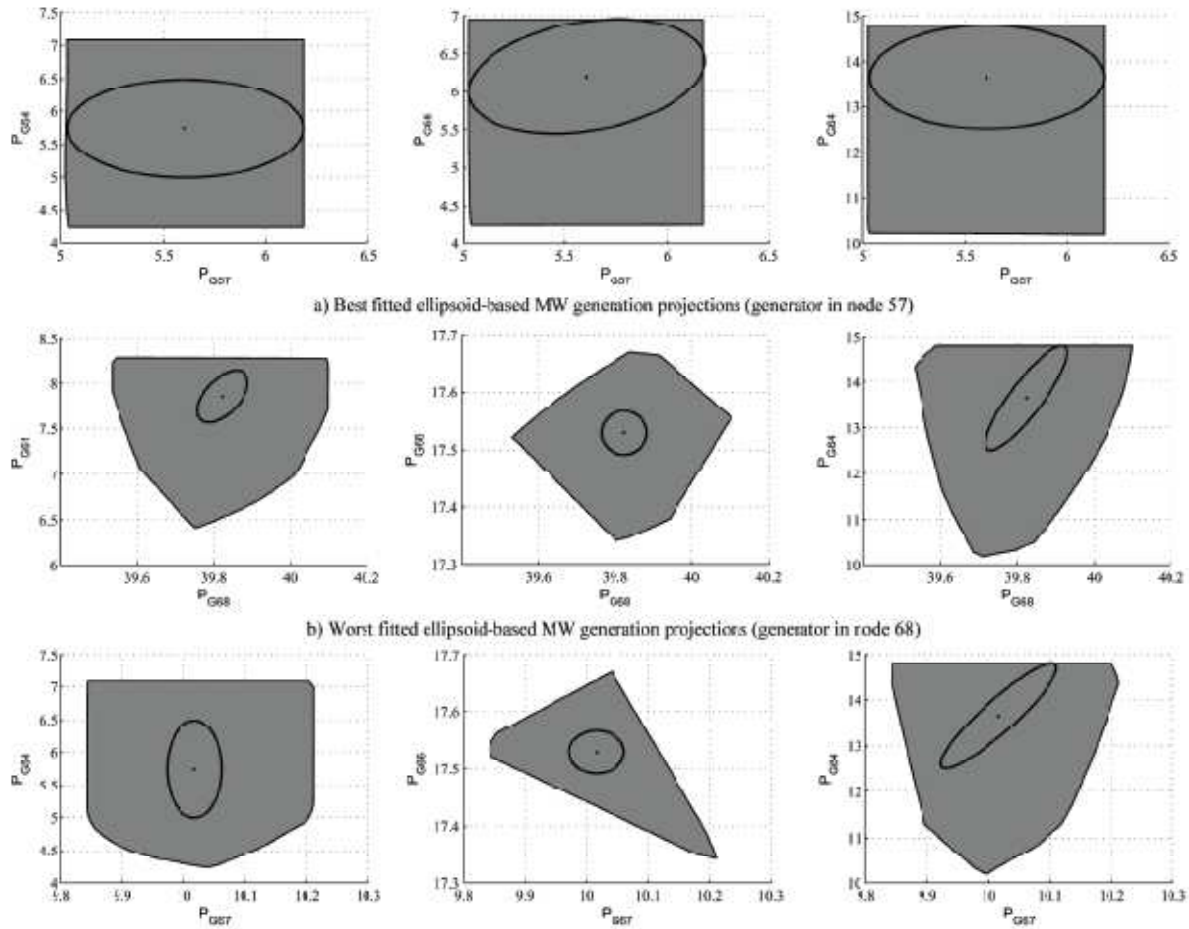
Gen No.	Pcenter	Pmin	Pmax
1	2.518	2.036	3.000
2	6.495	6.006	6.984
3	6.498	6.011	6.985
4	6.496	6.012	6.980
5	6.015	5.529	6.500
6	6.497	6.014	6.980
7	5.521	5.041	6.000
8	5.516	5.033	6.000
9	6.501	6.018	6.984
10	5.539	5.078	6.000
11	9.645	9.191	10.099
12	14.675	14.349	15.000
13	37.622	35.244	40.000
14	4.429	4.065	4.793
15	11.711	11.422	12.000
16	39.674	39.347	40.000

این برنامه به گونه‌ای نوشته شده است که کاربر می‌تواند محدود عملکرد هر دو ژنراتور را (هم در حالت بیضی و هم در حالت چند وجهی) در یک صفحه نسبت به هم مشاهده نماید. بدین منظور با اجرای برنامه فوق بعد از نمایش محدوده عملکردی ژنراتورها، پنجره‌ای مشابه شکل ۲-۴ ظاهر می‌گردد که به کاربر اجازه می‌دهد تصویر هر دو ژنراتوری را که می‌خواهد، به منظور نمایش وارد نماید.



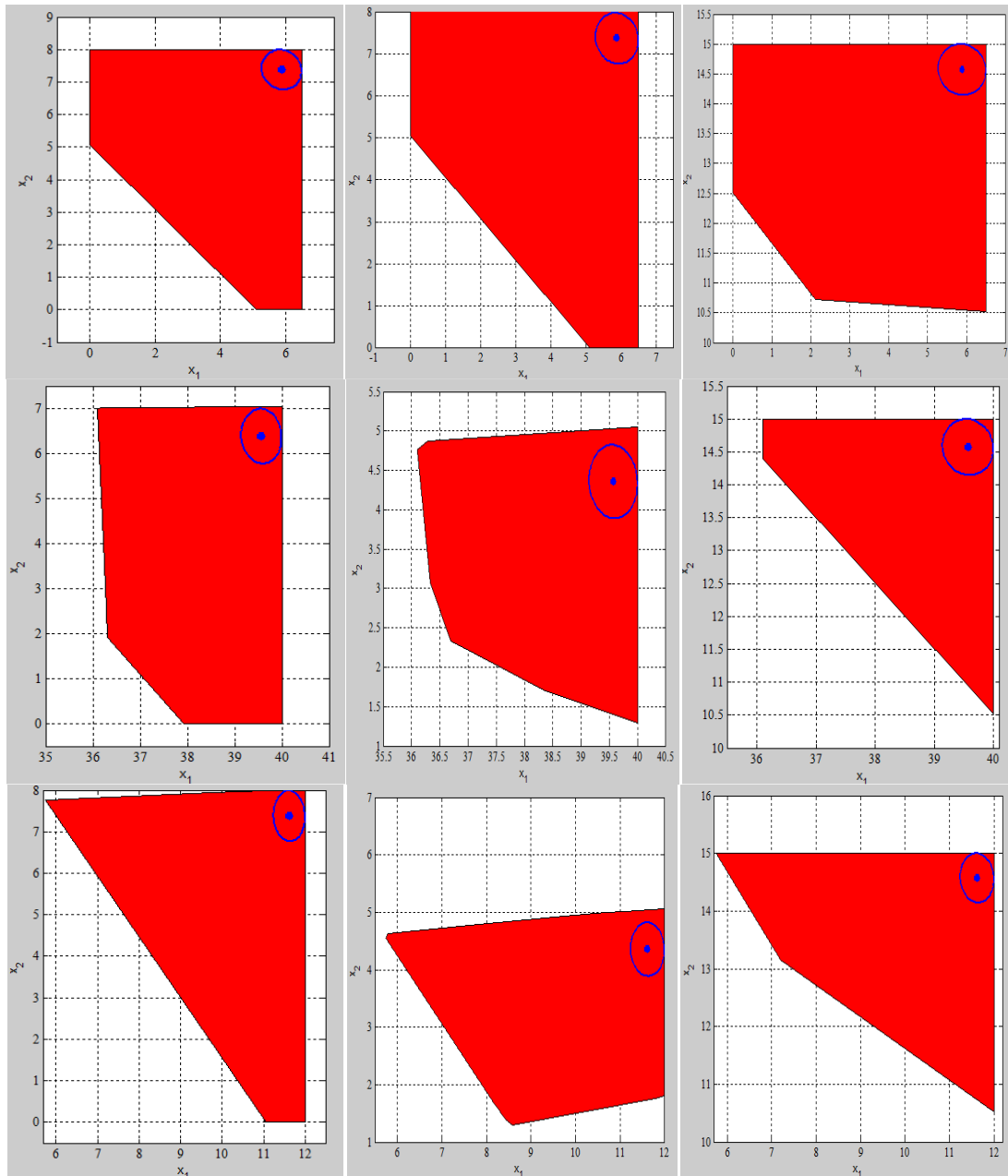
شکل ۲-۴: پنجره ورود اطلاعات جهت تصویر بیضی و چند وجهی مربوط به هر دو ژنراتور

بدین ترتیب به راحتی می توان نتایج حاصل از شبیه سازی و نتایج مندرج در مقاله را با هم مقایسه نمود. شکل ۳-۴ نتایج حاصل از این تصویر را که در مقاله ارائه شده است نشان می دهد.



شکل ۳-۴: تصویر محدود عملکرد دو ژنراتور نسبت به هم در دو حالت بیضی و چند وجهی (نتایج مقاله)

به طور مشابه نتایج مربوط به شبیه سازی در شکل ۴-۴ نشان داده شده است.



شکل ۴-۴: تصویر محدود عملکرد دو ژنراتور نسبت به هم در دو حالت بیضی و چند وجهی (نتایج شبیه سازی)

چگونگی اشکال بالا تا حد بسیار زیادی حساس به قیدهایی است که در مسئله لحاظ شده است. از آنجا که محدودیت مرتبط با توان عبوری از خطوط در مقاله و در مرجع اصلی ارائه نشده است، اختلاف بین اشکال مقاله و شبیه سازی به همین خاطر می باشد.



در ادامه نتایج مربوط به پخش بار اقتصادی (OED) ارائه می گردد. جدول ۳-۴ توان در نظر گرفته شده برای ژنراتورها در مقاله و شبیه سازی انجام شده را برای داشتن پخش بار اقتصادی نشان می دهد.

جدول ۳-۴: نتایج پخش بار اقتصادی در حالت نرمال

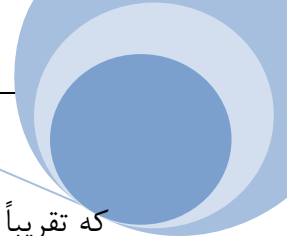
Gen Number	Gen node	Pgen (paper) [p.u.]	Pgen (sim.) [p.u.]
1	53	2.54	1.47
2	54	5.38	6.08
3	55	6.51	6.91
4	56	5.67	5.71
5	57	5.59	5.12
6	58	7.07	5.82
7	59	5.35	4.77
8	60	4.43	4.43
9	61	7.36	5.41
10	62	5.2	4.17
11	63	9.45	9.84
12	64	13.41	13.94
13	65 (slack)	38.54	39.01
14	66	17.53	16.03
15	67	10.02	9.58
16	68	39.81	39.22
Total gen.	-	183.85	177.47
Fmin [\$]	-	8673.0	8327.0

مشاهده می شود که نتایج شبیه سازی با مقادیر ارائه شده در مقاله سازگاری دارد. همانگونه که قبلاً توضیح داده شده، اختلاف موجود به دو دلیل می باشد. اول به خاطر عدم دسترسی به قیود مربوط به توان عبوری خطوط و دیگری به خاطر اختلاف در میزان کل بار مصرفی/ تولیدی در مقاله و مرجع مربوط به شبکه. اختلاف توان کل تولیدی در دو حالت برابر است با:

$$183.85 - 177.47 = 6.38 \text{ p.u.}$$

اگر این مقدار را در $55 \text{ \$/p.u.}$ به عنوان هزینه تولید متوسط ژنراتورها ضرب نماییم:

$$6.38 \text{ p.u.} * 55 \text{ \$/p.u.} = 350.9 \text{ \$}$$



که تقریباً برابر اختلاف هزینه کل در دو حالت می باشد و این نشان دهنده این است که اگر توان تولیدی/مصرفی در دو حالت با هم برابر می بودند (داده های شبیه سازی مقاله و شبیه سازی حاضر یکسان بودند) نتایج مشابه تری حاصل می گردید.

در انتها نتایج مربوط به محاسبه قیمت هر ژنراتور (LMP¹) مورد بررسی قرار می گیرد. طبق تعریف، قیمت هر باس برابر است با هزینه مصرف ۱ MW اضافی در باس مربوطه. در اینجا نیز طبق همین تعریف قیمت هر باس محاسبه شده است. یعنی ۱ MW به میزان بار باس مربوطه اضافه گشته و سپس مسئله OED حل می گردد. اختلاف هزینه کل در این حالت با حالت قبل به عنوان قیمت انرژی در آن باس لحاظ می گردد. بدین منظور برنامه ای تحت عنوان Local_Marginal_Price نوشته شده است که نتایج آن در زیر ارائه گردیده است.

جدول ۴-۴: نتایج محاسبه قیمت انرژی الکتریکی در باس ژنراتورها در حالت نرمال

Gen Number	Gen node	Pgen (paper) [p.u.]	Pgen (sim.) [p.u.]
1	53	54.12	55.48
2	54	56.67	57.32
3	55	52.15	44.23
4	56	53.12	49.68
5	57	53.67	54.19
6	58	51.98	46.28
7	59	51.17	53.80
8	60	53.12	54.97
9	61	55.04	58.99
10	62	54.23	55.10
11	63	55.34	56.49
12	64	54.67	57.36
13	65 (slack)	55.25	54.88
14	66	30.16	47.69
15	67	37.95	46.72
16	68	48.15	46.13
Average Price [\$/p.u.]	-	49.81	51.04

¹ Local Marginal Price

از مقایسه نتایج شبیه سازی و نتایج موجود در مقاله مشاهده می شود که محاسبات انجام شده در دو حالت بسیار به هم نزدیک می باشد. دلیل اختلاف ناچیز موجود نیز قبلاً توضیح داده شده است. مجدداً تاکید می گردد که مسئله LMP به میزان تراکم توان عبور خطوط بسیار حساس می باشد و به خاطر ناسازگاری در اطاعات مربوطه این اختلاف مشاهده می گردد.

- [۱] H. Saadat, "Power System Analysis". New York: McGraw-Hill, 1999.
- [۲] M. Shahidehpour, H. Yamin, Zuyi Li, "Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Managementg", John Wiley & Sons, 2002.
- [۳] S. Boyd, L. Vandenberghe, "Convex Optimization", cambridge university press, 2009.
- [۴] Pal, B. and Chaudhuri, B. (2005). Robust control in power systems, Springer Science+Business Media, New York, USA.