

پروژه درس بهینه سازی محدب

موضوع: بهینه سازی ارتفاع تاورهای انتقال نیرو با استفاده از

نرم افزار CVX

استاد: جناب آقای دکتر صمدی

محمد حسن زمانی

۸۸۱۲۳۹۰۹

تابستان ۱۳۸۹

به نام خدا

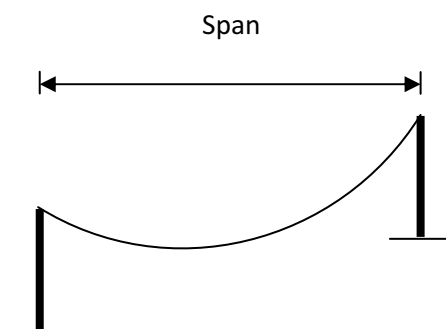
۰ - مقدمه

پس از قابلیت اطمینان و پایداری مکانیکی، مهمترین مبحث در طراحی خطوط انتقال نیرومسائل اقتصادی می باشد. این امر باعث گردیده در سالهای اخیر نرم افزارهایی جهت محاسبه ارتفاع تاورهای خطوط انتقال نیرو وارد بازار گردد. با اینحال نرم افزارهای مذکور عموماً " در محیط AUTOCAD می باشند و کاربر می بایستی به تشخیص خود و بر اساس منحنی سیم ارتفاع پایه های خطوط انتقال نیرو را مشخص نماید. در این تحقیق در نظر است موضوع محاسبه ارتفاع تاورهای انتقال نیرو در قالب یک مساله Convex Optimization طرح گردد. در صورت استفاده از این روش کاربر نیازی به تغییر منحنی سیم در محیط AUTOCAD نداشته و ارتفاع تاورها با استفاده روش های کاملاً" ریاضی محاسبه می گردد.

۱- تعاریف:

۱-۱- اسپن:

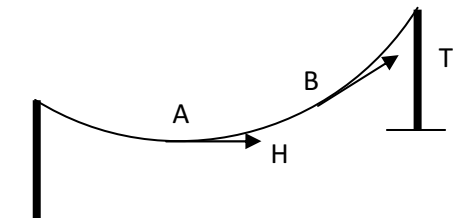
به فاصله افقی ما بین تاورهای مجاور خط انتقال اسپن گفته می شود.



۱-۲ - کشش:

مقدار نیرویی است که اگر سیم در نقطه ای پاره شود لازم است در همان نقطه اعمال شود تا سیم شکل سابق خود را حفظ نماید. راستای کشش در هر نقطه ای از سیم بر امتداد خط مماس بر سیم است. کشش با T نشان داده می شود. در شکل زیر در نقاط A و B کشش مشخص شده است. کشش در پائین ترین نقطه سیم (نقطه B) افقی است و با H نشان داده می شود. هر قدر

سیم بین دو پایه محتمر کشیده شود کشش بیشتر و هر چقدر شلتر کشیده شود کشش کمتر می گردد.



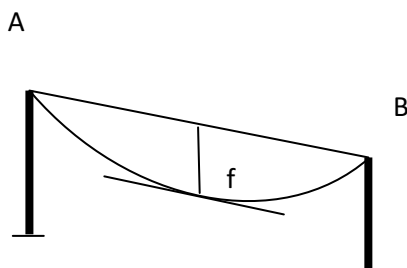
۳-۱- پارامتر منحنی سیم:

این پارامتر نشان دهنده میزان شلی یا سفتی حالت سیم می باشد و برابر با نسبت کشش افقی (H) سیم به وزن واحد طول سیم (W) می باشد. بدیهی است هر چقدر سیم بیشتر کشیده شده باشد این پارامتر بیشتر می گردد.

$$a = \frac{H}{W} \quad (1)$$

۴-۱- فلش:

با توجه به شکل زیر طول بزرگترین خط قائم بین خط AB و منحنی سیم را فلش می گویند. با یستی متذکر شد که فلش همواره در وسط اسپن اتفاق می افتد. این موضوع حتی برای حالتی که دو دکل با هم اختلاف ارتفاع دارند نیز صحیح است.



۱-۴-۱ رابطه فلش

فلش در هر اسپن از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$f = a \left(\cosh \frac{S}{2a} - 1 \right) \quad (2)$$

در صورتیکه از بسط تیلور مقدار \cosh را در رابطه فوق جایگذاری کنیم داریم:

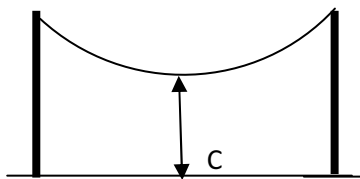
$$f = \frac{S^2}{8a} + \frac{S^4}{384a^3} + \dots \quad (3)$$

در عمل از جملات دوم به بعد به دلیل کوچک بودن آنها صرفنظر می گردد بنابراین داریم:

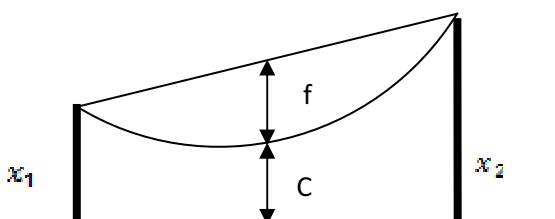
$$f = \frac{S^2}{8a} \quad (4)$$

۱-۵-۱ کلیرنس

کمترین فاصله مابین منحنی سیم و سطح زمین را کلیرنس گویند.



۱-۵-۱ رابطه بین فلش و کلیرنس



با توجه به شکل فوق و با در نظر گرفتن این نکته که محل پایه ها هیچ اختلاف ارتفاعی ندارند می توان نوشت:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = f + c \quad (5)$$

با جایگذاری مقدار فلش از روابط قبل داریم:

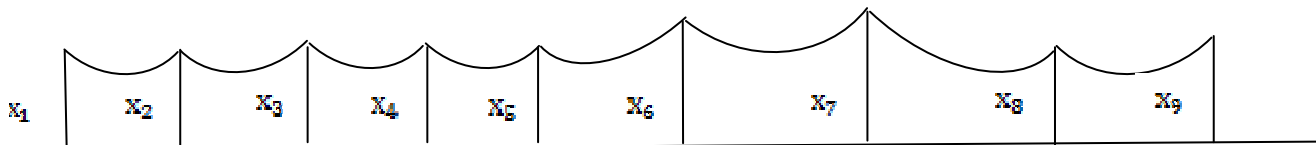
$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{S^2}{8a} + c \quad (6)$$

کلیرنس سیم در هر اسپن بایستی از حداقل مقدار مجاز کلیرنس بیشتر باشد بنابراین داریم:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{S^2}{8a} \geq c_{min} \quad (7)$$

۲- تعریف مساله:

شکل زیر را به عنوان قسمتی از مسیر یک خط انتقال نیرو در نظر می گیریم. در این شکل فرض شده است که مسیر خط مسطح بوده و اختلاف ارتفاعی بین محل تاورها وجود ندارد. محل پایه ها بر اساس الزامات طراحی مشخص گردیده است. هدف تعیین ارتفاع تاورهاست به نحوی که هزینه احداث خط مینیمم گردد.



$S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5 \quad S_6 \quad S_7 \quad S_8$

همانطور که قبلاً ذکر گردید فواصل بین تاورها با توجه به الزامات طراحی و جغرافیایی تعیین گردیده است و هدف از بهینه سازی محاسبه ارتفاع تاورها به گونه ایست که کلیرنس سیم در حد مطلوب بوده و از لحاظ اقتصادی قیمت خط نیز کمینه گردد.

۲-۱- رابطه قیمت تاور

عموماً قیمت تاورهای انتقال نیرو متناسب با ارتفاع آنها می باشد. البته این تناسب به صورت خطی نیست زیرا با افزایش ارتفاع برج، ضخامت آهن آلات بکار رفته در ساخت تاور نیز بیشتر می گردد. معمولاً رابطه زیر را برای نشان دادن ارتباط بین قیمت تمام شده و ارتفاع دکل بکار می برند.

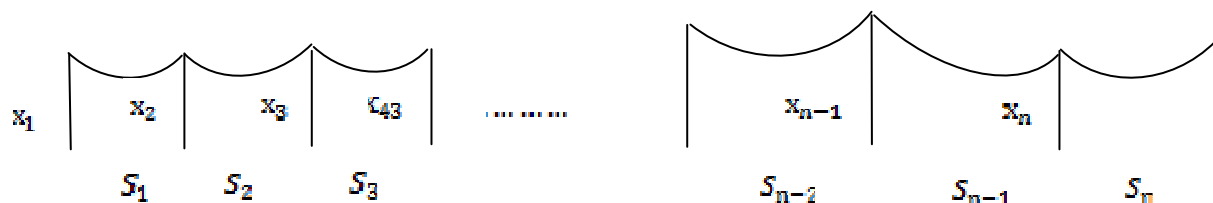
$$P = P_0 + P_1 \cdot (x - x_0)^2 \quad (8)$$

در رابطه فوق ضرائب P_1, P_0, x_0 اعداد ثابت هستند. P در رابطه فوق قیمت دکل و x ارتفاع آن می باشد. در ضمن ذکر این نکته ضروری است که ارتفاع دکل بایستی همواره بین x_{max} و x_{min} قرار گیرد یعنی:

$$x_{min} < x < x_{max} \quad (9)$$

۳- طرح مساله در فضای برداری

یک *section* از یک خط انتقال را بصورت زیر در نظر می گیریم. این *section* از n اسپن و $n+1$ تاور تشکیل شده است. ابتدا و انتهای هر *section* از دو دکل کششی تشکیل شده است. همچنین مسیر خط انتقال بصورت کاملاً "مسطح" در نظر گرفته شده است.



بردارهای X و S را به ترتیب به عنوان بردار ارتفاع تاورها و بردار طول اسپن تعریف می کنیم. با توجه به شکل فوق مشخص است که $X \in \mathbb{R}^{n+1}$, $S \in \mathbb{R}^n$ می باشد.

$$S = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ \dots \ S_n]^T$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{n-1} \ x_n \ x_{n+1}]^T$$

هدف مشخص شدن بردار X است به نحوی که:

الف. کلیرنس در هیچ نقطه ای از خط از حد مجاز کمتر نگردد.

ب. ارتفاع تاورها در محدوده مجاز بین x_{\min} و x_{\max} قرار گیرد .

ج. هزینه احداث خط مینیمم گردد.

اگر رابطه هفت را برای تمام اسپن های یک خط انتقال بنویسم خواهیم داشت:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{S_1^2}{8a} \geq c_{\min}$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} - \frac{S_2^2}{8a} \geq c_{\min}$$

$$\frac{x_3 + x_4}{2} - \frac{S_3^2}{8a} \geq c_{\min}$$

$$\frac{x_{n-1} + x_n}{2} - \frac{S_{n-1}^2}{8a} \geq c_{min}$$

$$\frac{x_n + x_{n+1}}{2} - \frac{S_n^2}{8a} \geq c_{min}$$

معادلات فوق را به فرم زیر می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \geq c_{min} + \frac{S_1^2}{8a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} \geq c_{min} + \frac{S_2^2}{8a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} \geq c_{min} + \frac{S_3^2}{8a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \geq c_{min} + \frac{S_{n-1}^2}{8a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \geq c_{min} + \frac{S_n^2}{8a}$$

روابط فوق را می توان به شکل زیر ماتریسی زیر تغییر داد:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} c_{min} + \frac{S_1^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_2^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_3^2}{8a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{min} + \frac{S_{n-1}^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_n^2}{8a} \end{bmatrix}$$

بر اساس رابطه ۸ قیمت یک برج محاسبه می گردد. بنابراین برای محاسبه تابع هدف می توان بر اساس رابطه مذکور قیمت تاورهای یک را بصورت زیر بدست آورد:

$$P = (n - 1)P_0 + k \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_0)^2 \quad (10)$$

پس مساله بهینه سازی به شکل زیرقابل بیان است:

$$\min \quad (n - 1)P_0 + k \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_0)^2$$

Subject to:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} c_{min} + \frac{S_1^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_2^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_3^2}{8a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{min} + \frac{S_{n-1}^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_n^2}{8a} \end{bmatrix}$$

$$x \leq x_{max}$$

$$-x \geq -x_{min}$$

با توجه به اینکه k و $P_0(n-1)$ مقادیر ثابتی هستند و بر اساس تعریف نرم ۲ که بصورت زیر است:

$$\|x - x_0\|_2^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2$$

مساله را می توان به اشکال زیر نوشت:

الف:

$$\min \|x - x_0\|_2^2$$

s. t.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} c_{min} + \frac{S_1^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_2^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_3^2}{8a} \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{min} + \frac{S_{n-1}^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_n^2}{8a} \end{bmatrix}$$

$$x \leq x_{max}$$

$$-x \geq -x_{min}$$

ب:

$$\min \quad x^T \cdot x$$

s. t

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c_{min} + \frac{S_1^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_2^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_3^2}{8a} \\ \vdots \\ \vdots \\ c_{min} + \frac{S_{n-1}^2}{8a} \\ c_{min} + \frac{S_n^2}{8a} \end{bmatrix}$$

$$x \leq x_{max}$$

$$-x \geq -x_{min}$$

۴- حل مساله در محیط CVX

در ذیل ۳ مساله در ولتاژهای مختلف آورده شده است:

۴-۱- ولتاژ ۶۳ کیلو ولت با پارامتر منحنی سیم ۱۰۰۰ متر

در این ولتاژ اسپین معادل ۲۵۰ متر است. ارتفاع دکل های ۶۳ کیلو ولت بین ۲۲ تا ۳۰ متر متغییر بوده و ارتفاع پایین ترین سیم بین ۱۳ تا ۲۱ متر قابل تغییر بوده و ارتفاع قسمت ثابت دکل ۱۰ متر است. کلیرنس در این ولتاژ ۶/۵ می باشد.

سکشنی از خط انتقال را در نظر می گیریم که ۷ اسپن دارد. ماتریس فواصل تاورها بصورت زیر است:

$$S = [250 \ 290 \ 220 \ 220 \ 280 \ 200 \ 300]^T$$

بنابراین باید مساله در محیط CVX بصورت زیر نوشته شود:

$$\min (x - 10)^T \cdot (x - 10)$$

Subject to

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 6.5 + (250 \times 250)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (290 \times 290)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (220 \times 220)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (220 \times 220)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (280 \times 280)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (200 \times 200)/(8 \times 1000) \\ 6.5 + (300 \times 300)/(8 \times 1000) \end{bmatrix}$$

$$x \leq 21$$

$$x \geq 13$$

و جواب حل مساله در محیط CVX بصورت زیر ارائه شده است

```
A=[.5 .5 0 0 0 0 0 0
    0 .5 .5 0 0 0 0 0
    0 0 .5 .5 0 0 0 0
    0 0 0 .5 .5 0 0 0
    0 0 0 0 .5 .5 0 0
    0 0 0 0 0 .5 .5 0
    0 0 0 0 0 0 .5 .5]
b=[14.3125 17.0125 12.55 12.55 16.3 11.5 17.75]'
cvx_begin
variable x(8,1)
x1=x-10
t=x1'*x1
minimize t
subject to
A*x>=b
x>=13
x<=21
cvx_end
```

Calling sedumi: 33 variables, 9 equality constraints

For improved efficiency, sedumi is solving the dual problem

SeDuMi 1.21 by AdvOL, 2005-2008 and Jos F. Sturm, 1998-2003

Alg = 2: xz-corrector, Adaptive Step-Differentiation, theta = 0.250, beta = 0.500

eqs m = 9, order n = 26, dim = 34, blocks = 2

nnz(A) = 40 + 0, nnz(ADA) = 81, nnz(L) = 45

it: b*y gap delta rate t/tP* t/tD* feas cg cg prec

```
+001 9.22E-001 0.000 0.4081 0.9000 0.9000 2.75 1 1 1.2E .
+001 4.15E-001 0.000 0.4499 0.9000 0.9000 0.87 1 1 7.3E-001
+001 1.94E-001 0.000 0.4680 0.9000 0.9000 0.75 1 1 4.2E-001
+001 1.00E-001 0.000 0.5153 0.9000 0.9000 0.28 1 1 3.5E-001
+002 4.31E-002 0.000 0.4305 0.9000 0.9000 0.55 1 1 1.9E-001
+002 2.02E-002 0.000 0.4685 0.9000 0.9000 0.25 1 1 1.4E-001
+002 7.65E-003 0.000 0.3794 0.9000 0.9000 0.52 1 1 6.7E-002
+002 3.39E-003 0.000 0.4424 0.9000 0.9000 0.43 1 1 4.1E-002
+002 1.06E-003 0.000 0.3133 0.9000 0.9000 0.69 1 1 1.5E-002
E+002 3.73E-004 0.000 0.3520 0.9000 0.9000 0.75 1 1 6.0E-003
E+002 6.97E-005 0.000 0.1865 0.9000 0.9000 0.91 1 1 1.2E-003
E+002 4.27E-006 0.000 0.0613 0.9900 0.9900 0.97 1 1 7.3E-005
E+002 2.07E-008 0.038 0.0048 0.9900 0.4669 0.99 1 1 2.5E-005
E+002 4.95E-012 0.000 0.0002 0.9999 0.9999 1.00 1 1 6.3E-009
```

iter seconds digits c*x b*y

Inf -3.1685530762e+002 -3.1685529214e+002

Ax-b| = 1.5e-009, [Ay-c]_+ = 5.0E-008, |x|= 4.5e+002, |y|= 1.6e+002/

√Detailed timing (sec

```
Pre    IPM    Post
E+000  1.092E-001  3.120E-002 .....
,Max-norms: ||b||=2, ||c|| = 21
.Cholesky |add|=0, |skip| = 0, ||L.L|| = 1.16161
```

Status: Solved

Optimal value (cvx_optval): +315.855

x+10

ans =

```
23.0000
27.0124
27.0126
23.0000
26.2999
26.3001
27.7500
27.7500
```

x =

```
13.0000
17.0124
17.0126
13.0000
16.2999
16.3001
17.7500
17.7500
```

بنابراین بردار فوق نشان دهنده ارتفاع تاورهای سکشن مذکور می باشد.

مقایسه با روش الگوریتم ژنتیک:

مساله فوق با استفاده از *Optimization tools* نرم افزار *Matlab* حل شده و مقایسه نشان از

نزدیکی بسیار زیاد جواب های هر دو روش دارد.

File Help

Problem Setup and Results

Solver: ga - Genetic Algorithm

Problem

Fitness function: @fcost

Number of variables: 8

Constraints:

Linear inequalities: A: -A b: -b

Linear equalities: Aeq: beq:

Bounds: Lower: [13,13,13,13,13,13,13,13] Upper: [21,21,21,21,21,21,21,21]

Nonlinear constraint function:

Run solver and view results

Use random states from previous run

Start Pause Stop

Current iteration: 51 Clear Results

Warning: Matrix is singular to working precision.
Optimization terminated.
Objective function value: 315.77187585110903
Optimization terminated: average change in the fitness value less than options.TolFun.

Final point:

1	2	3	4	5	6	7	8
13	17.012	17.011	13	16.3	16.299	17.749	17.749

Options

Population

Population type: Double Vector

Population size: Use default: 20
 Specify:

Creation function: Use constraint dependent default

Initial population: Use default: []
 Specify: [15,15,15,15,15,15,15,15]

Initial scores: Use default: []
 Specify:

Initial range: Use default: [0;1]
 Specify:

Fitness scaling

Scaling function: Rank

Selection

Selection function: Stochastic uniform

۲-۴ - ولتاژ ۲۳۰ کیلو ولت با پارامتر منحنی سیم ۱۲۰۰ متر

در این ولتاژ اسپن معادل ۳۵۰ متر است. ارتفاع دکل های ۲۳۰ کیلو ولت بین ۳۲ تا ۵۰ متر متغیر بوده و ارتفاع پایین ترین سیم بین ۱۷ تا ۳۵ متر قابل تغییر بوده و ارتفاع قسمت ثابت دکل ۱۵ متر است. کلیرنس در این ولتاژ ۷ می باشد.

سکشنی از خط انتقال را در نظر می گیریم که ۸ اسپن دارد. ماتریس فواصل تاورها بصورت زیر است:

$$S = [300 \ 390 \ 320 \ 290 \ 380 \ 300 \ 350 \ 400]^T$$

بنابراین باید مساله در محیط CVX بصورت زیر نوشته شود:

$$\min (x - 15)^T \cdot (x - 15)$$

Subject to

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 7 + (300 \times 3000)/(8 \times 1200) \\ 7 + (390 \times 390)/(8 \times 1200) \\ 7 + (320 \times 320)/(8 \times 1200) \\ 7 + (290 \times 290)/(8 \times 1200) \\ 7 + (380 \times 380)/(8 \times 1200) \\ 7 + (300 \times 300)/(8 \times 1200) \\ 7 + (350 \times 350)/(8 \times 1200) \\ 7 + (400 \times 400)/(8 \times 1200) \end{bmatrix}$$

$$x \leq 35$$

$$x \geq 17$$

و جواب حل مساله در محیط CVX بصورت زیر ارائه شده است

```
A=[.5 .5 0 0 0 0 0 0 0
0 .5 .5 0 0 0 0 0 0
0 0 .5 .5 0 0 0 0 0
0 0 0 .5 .5 0 0 0 0
0 0 0 0 .5 .5 0 0 0
0 0 0 0 0 .5 .5 0 0
0 0 0 0 0 0 .5 .5 0
0 0 0 0 0 0 0 .5 .5 ];
b=[16.375 22.8437 17.666 15.76 22.041 16.375 19.76 23.666]';
cvx_begin
variable x(9,1)
x1=x-15
t=x1'*x1
minimize t
subject to
A*x>=b
x>=17
x<=35
cvx_end
```

Calling sedumi: 37 variables, 10 equality constraints

.For improved efficiency, sedumi is solving the dual problem

.SeDuMi 1.21 by AdvOL, 2005-2008 and Jos F. Sturm, 1998-2003

Alg = 2: xz-corrector, Adaptive Step-Differentiation, theta = 0.250, beta = 0.500

eqs m = 10, order n = 29, dim = 38, blocks = 2

nnz(A) = 45 + 0, nnz(ADA) = 100, nnz(L) = 55

it: b*y gap delta rate t/tP* t/tD* feas cg cg prec

E+001 0.000 :.

E+001 1.29E+001 0.000 0.4044 0.9000 0.9000 3.33 1 1 1.3E+000

+001 4.60E+000 0.000 0.3576 0.9000 0.9000 1.20 1 1 4.5E-001

+001 2.48E+000 0.000 0.5394 0.9000 0.9000 0.61 1 1 3.0E-001

E+001 1.43E+000 0.000 0.5759 0.9000 0.9000 0.41 1 1 2.4E-001

+002 7.00E-001 0.000 0.4903 0.9000 0.9000 0.50 1 1 1.6E-001

+002 3.93E-001 0.000 0.5617 0.9000 0.9000 0.21 1 1 1.3E-001

+002 1.72E-001 0.000 0.4370 0.9000 0.9000 0.48 1 1 7.1E-002

E+002 8.38E-002 0.000 0.4878 0.9000 0.9000 0.24 1 1 5.3E-002

+002 2.99E-002 0.000 0.3567 0.9000 0.9000 0.55 1 1 2.3E-002

+002 1.26E-002 0.000 0.4208 0.9000 0.9000 0.53 1 1 1.3E-002

+002 3.42E-003 0.000 0.2716 0.9000 0.9000 0.77 1 1 3.8E-003

+002 8.99E-004 0.000 0.2629 0.9000 0.9000 0.86 1 1 1.1E-003

+002 5.48E-005 0.000 0.0610 0.9900 0.9900 0.96 1 1 6.7E-005

E+002 1.67E-008 0.319 0.0003 0.9900 0.0000 0.99 1 1 4.1E-005

+002 1.63E-011 0.000 0.0010 0.9803 0.9995 1.00 1 1 7.3E-008

+002 9.22E-014 0.000 0.0057 0.9942 0.9990 1.00 1 1 4.5E-010

iter seconds digits c*x b*y

Inf -3.8539773158e+002 -3.8539773152e+002

Ax-b| = 7.7e-010, [Ay-c]_+ = 3.5E-009, |x|= 5.5e+002, |y|= 2.0e+002

(Detailed timing (sec

Pre IPM Post

E+000 7.800E-002 0.000E+000....

.Max-norms: ||b||=2, ||c|| = 35

.Cholesky |add|=0, |skip|=0, ||L.L|| = 3.05054

Status: Solved

Optimal value (cvx_optval): +384.398

x+10

ans =

27.0000
32.8437
32.8437
27.0000
32.0410
32.0410
27.0000
33.6658
33.6662

x =

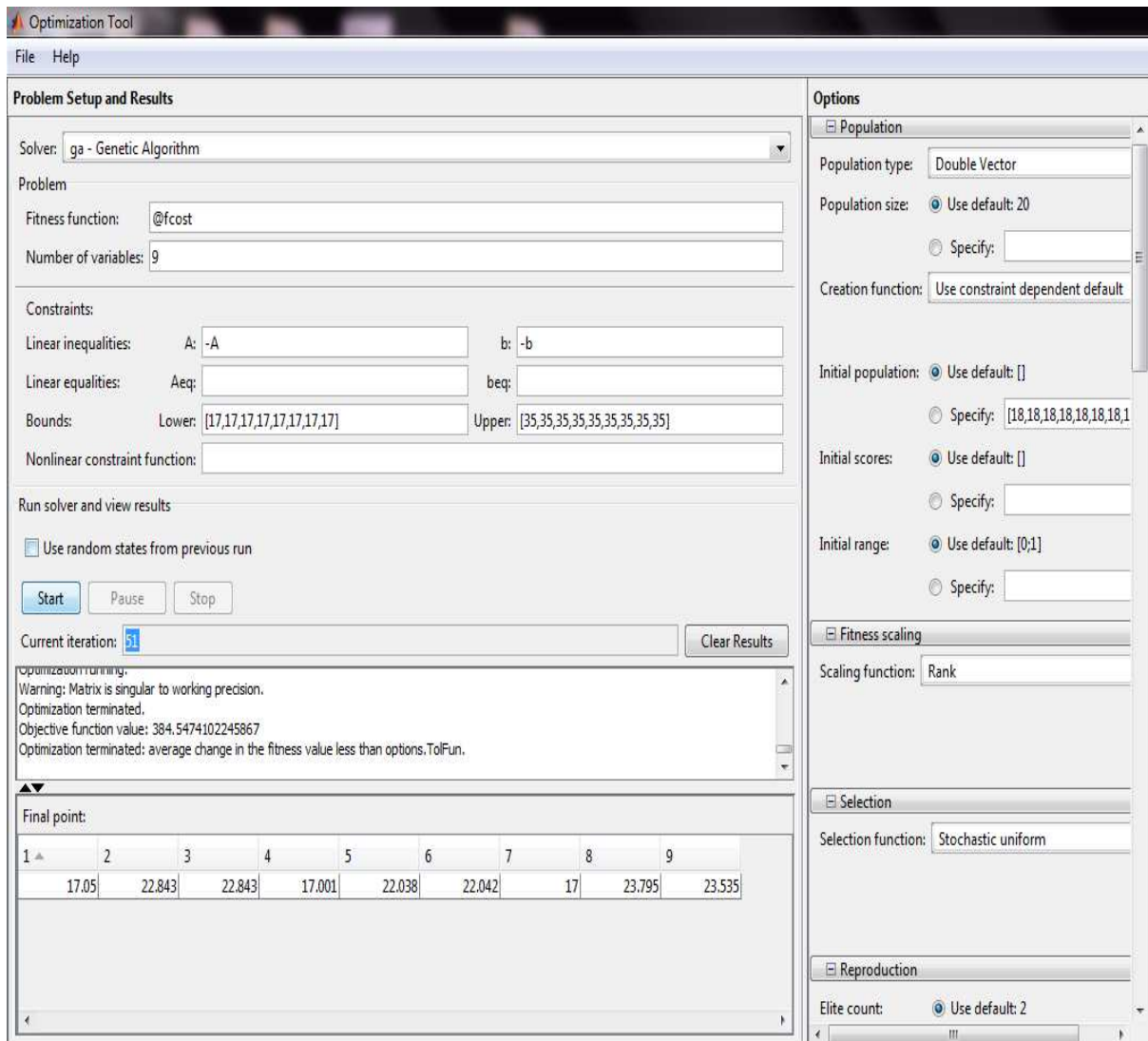
17.0000
22.8437
22.8437
17.0000
22.0410
22.0410
17.0000
23.6658
23.6662

بنابراین بردار فوق نشان دهنده ارتفاع تاورهای سکشن مذکور می باشد.

مقایسه با روش الگوریتم ژنتیک:

مساله فوق با استفاده از *Optimization tools* نرم افزار *Matlab* حل شده و مقایسه نشان از

نزدیکی بسیار زیاد جواب های هر دو روش دارد.



۳-۴- ولتاژ ۴۰۰ کیلو ولت با پارامتر منحنی سیم ۱۱۰۰ متر

در این ولتاژ اسپن معادل ۴۰۰ متر است. ارتفاع دکل های ۴۰۰ کیلو ولت بین ۳۵ تا ۵۵ متر متغیر بوده و ارتفاع پایین ترین سیم بین ۲۰ تا ۴۰ متر قابل تغییر بوده و ارتفاع قسمت ثابت دکل ۱۵ متر است. کلیرنس در این ولتاژ ۸ می باشد.

سکشنی از خط انتقال را در نظر می گیریم که ۱۰ اسپن دارد. ماتریس فواصل تاورها بصورت زیر است:

$$S = [350 \ 390 \ 420 \ 390 \ 380 \ 430 \ 350 \ 400 \ 480 \ 380]^T$$

بنابراین باید مساله در محیط CVX بصورت زیر نوشته شود:

$$\min (x - 15)^T \cdot (x - 15)$$

Subject to

$$\begin{bmatrix}
 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 + (350 \times 350)/(8 \times 1100) \\ 8 + (390 \times 390)/(8 \times 1100) \\ 8 + (420 \times 420)/(8 \times 1100) \\ 8 + (290 \times 290)/(8 \times 1100) \\ 8 + (380 \times 380)/(8 \times 1100) \\ 8 + (400 \times 400)/(8 \times 1100) \\ 8 + (350 \times 350)/(8 \times 1100) \\ 8 + (400 \times 400)/(8 \times 1100) \\ 8 + (280 \times 280)/(8 \times 1100) \\ 8 + (380 \times 380)/(8 \times 1100) \end{bmatrix}$$

$$x \leq 40$$

$$x \geq 20$$

Calling sedumi: 45 variables, 12 equality constraints

.For improved efficiency, sedumi is solving the dual problem

.SeDuMi 1.21 by AdvOL, 2005-2008 and Jos F. Sturm, 1998-2003

Alg = 2: xz-corrector, Adaptive Step-Differentiation, theta = 0.250, beta = 0.500

eqs m = 12, order n = 35, dim = 46, blocks = 2

nnz(A) = 55 + 0, nnz(ADA) = 144, nnz(L) = 78

it: b*y gap delta rate t/tP* t/tD* feas cg cg prec

E+001 0.000x.r . .

E+001 1.07E+001 0.000 0.4659 0.9000 0.9000 2.99 1 1 1.8E+000

E+002 4.58E+000 0.000 0.4273 0.9000 0.9000 1.43 1 1 6.7E-001

E+002 2.26E+000 0.000 0.4930 0.9000 0.9000 0.55 1 1 4.8E-001

E+002 1.03E+000 0.000 0.4559 0.9000 0.9000 0.54 1 1 3.0E-001

E+002 5.34E-001 0.000 0.5189 0.9000 0.9000 0.21 1 1 2.5E-001

+002 2.36E-001 0.000 0.4423 0.9000 0.9000 0.41 1 1 1.5E-001

E+002 1.15E-001 0.000 0.4854 0.9000 0.9000 0.14 1 1 1.2E-001

+002 4.63E-002 0.000 0.4044 0.9000 0.9000 0.40 1 1 6.2E-002

+002 2.14E-002 0.000 0.4622 0.9000 0.9000 0.26 1 1 4.3E-002
+002 7.82E-003 0.000 0.3653 0.9000 0.9000 0.53 1 1 2.0E-002
+003 3.44E-003 0.000 0.4402 0.9000 0.9000 0.54 1 1 1.1E-002
+003 9.96E-004 0.000 0.2892 0.9000 0.9000 0.77 1 1 3.6E-003
+003 3.06E-004 0.000 0.3069 0.9000 0.9000 0.85 1 1 1.2E-003
+003 6.13E-005 0.000 0.2005 0.9000 0.9000 0.96 1 1 2.4E-004
+003 5.91E-007 0.173 0.0096 0.9900 0.9900 0.99 1 1 2.4E-005
+003 1.68E-009 0.161 0.0028 0.9000 0.0000 1.00 1 1 1.7E-005
+003 4.57E-010 0.000 0.2716 0.3087 0.9000 1.00 1 1 5.8E-006
E+003 1.98E-012 0.000 0.0043 0.9990 0.9965 1.00 1 1 3.1E-008
E+003 1.50E-013 0.172 0.0759 0.9900 0.9442 1.00 2 2 2.3E-009

iter seconds digits c*x b*y

Inf -1.1534805508e+003 -1.1534805499e+003

$Ax-b = 4.5e-009$, $[Ay-c]_+ = 1.8E-008$, $|x| = 1.6e+003$, $|y| = 5.8e+002$

(Detailed timing (sec

Pre IPM Post

E-002 1.404E-001 0.000E+000

.Max-norms: $\|b\|=2$, $\|c\|=40$

.Cholesky $|add|=0$, $|skip|=0$, $\|L.L\|=15.6854$

Status: Solved

Optimal value (cvx_optval): +1152.48

ans =

36.6185
37.2215
43.3465
42.7435
35.0906
43.7274

38.6346
41.1810
41.1810
39.4090
39.4090

بنابراین بردار فوق نشان دهنده ارتفاع تاورهای سکشن مذکور می باشد.

مقایسه با روش الگوریتم ژنتیک:

مساله فوق با استفاده از *Optimization tools* نرم افزار *Matlab* حل شده و مقایسه نشان از نزدیکی بسیار زیاد جواب های هر دو روش دارد.

Optimization Tool

File Help

Problem Setup and Results

Solver: ga - Genetic Algorithm

Problem

Fitness function: @fcost

Number of variables: 11

Constraints:

Linear inequalities: A: -A b: -b

Linear equalities: Aeq: beq:

Bounds: Lower: [20,20,20,20,20,20,20,20,20,20,20] Upper: [40,40,40,40,40,40,40,40,40,40,40]

Nonlinear constraint function:

Run solver and view results

Use random states from previous run

Start Pause Stop

Current iteration: 51 Clear Results

Warning: Matrix is close to singular or badly scaled.
Results may be inaccurate. RCOND = 1.188777e-016.
Optimization terminated.
Objective function value: 1160.643689210857
Optimization terminated: average change in the fitness value less than options.TolFun.

Options

Population

Population type: Double Vector

Population size: Use default: 20
 Specify: []

Creation function: Use constraint dependent default

Initial population: Use default: []
 Specify: [18,18,18,18,18,18,18,18,18,18,18]

Initial scores: Use default: []
 Specify: []

Initial range: Use default: [0;1]
 Specify: []

Fitness scaling

Scaling function: Rank

Selection

Selection function: Stochastic uniform

Final point:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
21.618	22.221	28.345	27.743	21.757	27.059	25.301	26.18	26.18	24.409	24.408